



3101525592078

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Г Р И Г О Р О В И Ч

Имя Р У Ф И Н А

Отчество М А К С И М О В Н А

Дата рождения 2 0 0 9 2 0 0 7

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Т 2 1 6

Телефон + 7 9 1 2 5 7 2 4 6 4 5

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101525592078

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	—	0					
Балл члена жюри №2	20	20	20							

Итоговый балл 60

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

51. Последняя цифра числа это остаток при делении на 10. Запишем условия задачи

$$\begin{cases} a+b+c \equiv c \pmod{10} \Rightarrow a+b \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow a \equiv -b \pmod{10} \\ ab+bc+ac \equiv b \pmod{10} \\ abc \equiv a \pmod{10} \end{cases}$$

Запишем в 2х последних выражениях в системе а по его остатку по модулю 10 $(-b) \Rightarrow$

$$-b^2 + bc - bc \equiv b \pmod{10} \Rightarrow -b^2 \equiv b \pmod{10} \Rightarrow b(1+b) \equiv 0 \pmod{10}$$

~~Отсюда заключаем, что $b \equiv -1 \pmod{10}$ или $b \equiv 0 \pmod{10}$. Но $b \equiv 0 \pmod{10}$ не подходит, так как тогда $b \equiv 0 \pmod{10}$ и $a \equiv 0 \pmod{10}$, что противоречит условию. Поэтому $b \equiv -1 \pmod{10}$.~~

Переберем b

b	b+1	b(b+1) mod 10
1	2	2
2	3	6
3	4	12
4	5	0
5	6	0
6	7	2
7	8	6
8	9	2
9	10	0
0	1	0

Заметим, что для $b \in \{4, 5, 9\}$ так как $a \equiv -b \pmod{10}$, то b однозначно определяется. Получаем возможные пары $(a, b) = (6, 4), (5, 5), (1, 9)$

Запишем третье выражение в системе

$$\begin{cases} -b^2 c \equiv -b \pmod{10} \\ \text{т.к. } -b^2 \equiv b \pmod{10}, \text{ то } -b \equiv b^2 c \pmod{10} \Rightarrow b^2 c(1+c) \equiv 0 \pmod{10} \end{cases}$$

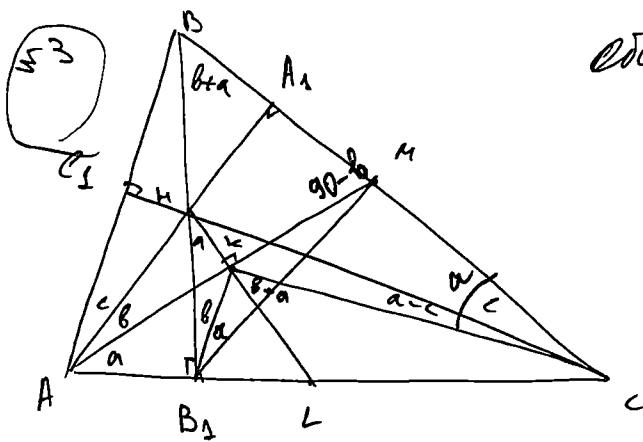
Зная, что b принимает значения $\{4, 5, 9\}$ найдем c

b	c
b=4	3, 4
b=5	1, 3, 5, 7, 9
b=9	3

т.к. a однозначно определено для b, то количество возможных троек чисел (a, b, c) определяется количеством способов выбрать (b, c). Из таблицы видно, что количество таких троек равно 8. Из этого однозначно найдем пары (a, b) и количество троек (a, b, c) равно 8. Итого 8 чисел.

(a, b, c)	abc
(6, 4, 3)	643, 644
(5, 5, 1)	551, 553, 555, 557, 559
(1, 9, 3)	193

Итого 8 чисел + 1



Доказательство 1) $L - Hk \cap B_1C$

Т.к. k - точка пересечения окружности описанной вокруг $\triangle HA_1M$ и прямой AM , то точки H, A_1, M, k лежат на одной окружности $\Rightarrow \angle MA_1M + \angle HKM = 90^\circ + \angle HKM = 180^\circ$

$$\angle HKM = 90^\circ$$

Т.к. $\triangle ABA_1B_1$ - вписанный ($\angle AB_1B = \angle AA_1B = 90^\circ$) то $\angle A_1AB_1 = \angle B_1BA_1$

Доказательство $\angle MAB_1 = \alpha$, $\angle A_1AM = \beta$, $\angle BAA_1 = \gamma$, тогда

$$\angle B_1BA_1 = \beta + \alpha$$

Т.к. $CH \perp AB \Rightarrow CH \perp AB$ Т.к. H - ортоцентр, то $(AA_1 \cap BB_1) = H$, $AA_1 \perp BC$, $BB_1 \perp AC$

то $CH \perp AB \Rightarrow CH \perp AB$

Т.к. $\triangle AC_1A_1C$ - вписанный ($\angle AC_1C = \angle AA_1C = 90^\circ$) то $\angle C_1AA_1 = \angle C_1CA_1$

$\triangle AB_1B$ - прямоугольный, $\Rightarrow \angle ABB_1 = 90^\circ - \angle BAB_1 = 90^\circ - (\alpha + \beta + \gamma)$

В $\triangle ABM$ найдем $\angle AMB = 180^\circ - (90^\circ - (\alpha + \beta + \gamma)) - (\gamma + \beta) - (\beta + \alpha) = 90^\circ - \beta$ ✓

$\triangle HA_1Mk$ - вписанный $\Rightarrow \angle A_1Mk = 180^\circ - \angle A_1Hk = \angle AMk$

$\triangle AMkB_1$ - вписанный ($\angle AB_1H = \angle AKH = 90^\circ$) $\Rightarrow \angle AMk = 180^\circ - \angle AB_1k = \angle KB_1L$ } $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle A_1Mk = \angle KB_1L \Rightarrow \triangle B_1kMC$ - вписанный ($\angle KB_1L + \angle KMC = \angle KB_1L + 180^\circ - \angle A_1Mk = 180^\circ$) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle KB_1M = \angle KCM \quad \times$$

Т.к. $\triangle AMkB_1$ - вписанный, то $\angle HAK = \angle HB_1k = \beta$, $\angle KAB_1 = \angle B_1Hk = \alpha$

Т.к. $\triangle BB_1C$ - прямоугольный, и $BM = MC$, то $B_1M = BM = MC \Rightarrow \triangle BMB_1$ - равнобедренный $\Rightarrow \angle B_1BM = \angle BB_1M = \beta + \alpha$

$$\angle BB_1M = \angle HB_1k + \angle KB_1M = \beta + \angle KB_1M = \beta + \alpha \Rightarrow \angle KB_1M = \alpha$$

$$\angle KB_1M = \angle KCM = \angle KCH + \angle HCM \Rightarrow \alpha = \angle KCM + \angle HCM = \gamma + \angle KCH \Rightarrow \angle KCH = \alpha - \gamma$$

$\angle B_1Hk$ - внешний к $\triangle B_1HC \Rightarrow \angle B_1Hk = \angle HBC + \angle HCB = \alpha + \beta + \gamma$

$$\angle B_1Hk + \angle KHC = \alpha + \angle KHC = \angle B_1HC = \alpha + \beta + \gamma \Rightarrow \angle KHC = \beta + \gamma$$

$$\angle LKk - \text{внешний к } \triangle HKC \Rightarrow \angle LKk = \angle KHC + \angle HCK = \beta + \gamma + \alpha - \gamma = \beta + \alpha$$

$\angle B_1KL$ - внешний

$$^k \Delta B_1 k \nparallel \Rightarrow \angle B_1 k L = \angle H B_1 k + \angle B_1 H k = a + 6$$

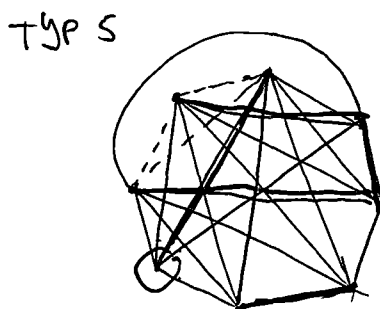
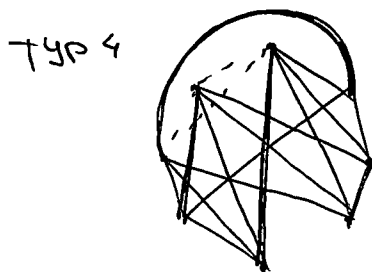
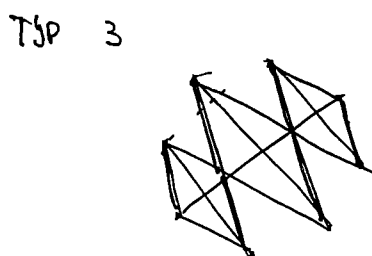
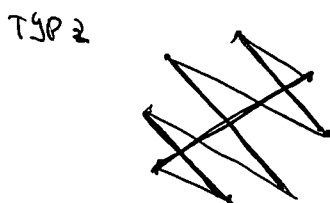
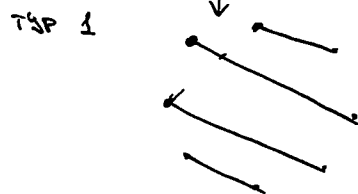
$$\begin{aligned} & \downarrow \\ & \left. \begin{aligned} c B_1 k L &= a + b \\ c L k e &= b + a \end{aligned} \right\} \Rightarrow c B_1 k L = \overset{LKC}{c L k e} \Rightarrow KL - \text{Invertierung} \\ & \text{gilt genau } b_1 k c = \end{aligned}$$

gnd gegen $B_1 K_C \Rightarrow$

НК-диспетчерская гнз гнз < ВЛК

52) Будем обозначать участников вершинами, а если
они друг с другом играют будем проводить ребро
~~тогда нам надо~~ ^{т.е. по} кол-во ребер будет ~~24~~
 $5 \cdot 4 = 20$ (каждый тур мы рисуем одно ребро и
одну пару $\Rightarrow$ 4 ребра за тур) Если было бы невозможно
провести 6-й тур, то было бы невозможно выбрать
4 пары, так между ребер между этими вершинами не
было. Посчитаем кол-во способов выбрать ~~кажд~~ 4 пары из 5
пар из ~~для каждого участника не сыгран еще тур~~ ~~тогда~~ с
~~2 из оставшихся~~ $\Rightarrow$ кол-во вариантов

Отвечая на пример, говорится по сравнению, что данно
 Пример: нечетное кол-во людей, которые
 пунктиром обозначены, играющие не играют
 Т.е. 1 игра, которую не играют



ТУР 6 ТРЕУГОЛЬНИК
 ЗА КОТОРЫМ
 МЫ СЛЕДИЛИ ТЕП
 МОЖЕТ РАЗБИТЬСЯ
 НА ПАРЫ Т.К. ИХ 3
 ЧЕЛОВЕКА, А С ДРУГИМИ
 ОНИ УЖЕ ИГРАЮТ

Докажем что Вит Ларга может совершить заданное по induction

База для $n=1, n=2, n=3, n=4$



Предположение для квадрата $k \times k$ - верно,
Переход $k \rightarrow k+1$

Когда мы добавим одну строку и одну столбец, мы должны вырезать еще одну клетку ~~изнутри~~, будем проводить все прямые, которые проходят через центр квадрата в изначальном квадрате со стороной k .
Тогда прямых ~~будет~~ ^{будет} $\frac{k(k-1)}{2}$ и кон-во клеток которое

мы добавим $k + k + 1 = 2k + 1$

~~$k^2 + k + 1$~~
 ~~$k^2 + k + 1$~~
 ~~$k^2 + k + 1$~~

При $k > 4$ кон-во клеток больше, чем кон-во прямых $\rightarrow$ можно найти хотя одну

Линия отреза

Бланк ответов

