



1302244422998

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия С У Л Т И Е В

Имя Р О М А Н

Отчество Р И Н А Т О В И Ч

Дата рождения 1 4 0 8 2 0 0 7

Город участия О Р Е Н Б У Р Г

Аудитория 2 2 1

Телефон 8 9 0 2 2 4 7 5 0 4 2

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



1302244422998

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия О Р Е Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 1 Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	—	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	—	0	0					

Итоговый балл 40

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

1) Замечу, что $a, b, c \geq 1$ (~~$a, b, c \in \{1, 2, \dots, 9\}$~~), Т.к. первые цифры (сотни) не могут быть равны нулю
 a — сотни
 b — десятки
 c — единицы

2) Замечу, что $a+b+c \pmod{10} \equiv c$

Это выполняется при условии $a+b+c = 10+c$ или $a+b+c = 20+c$
 $a+b = 10$ или $a+b = 20$
 $(a \text{ и } b \leq 9)$

$$a) ab+bc+ca = ab+c(b+a) = ab+10c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ab \pmod{10} \equiv b$$

Нет смысла!

Рассмотрим все случаи (подразумеваются условия по mod 10)

$$1 \ 9 \equiv 9$$

$$2 \ 8 \not\equiv 8 \ (\equiv 6)$$

$$3 \ 7 \not\equiv 7 \ (\equiv 1)$$

$$6 \ 4 \equiv 4$$

$$5 \ 5 \equiv 5$$

$a \text{ и } b$ могут быть $1 \text{ и } 9$

$6 \text{ и } 4$

$5 \text{ и } 5$

(В том порядке!)

3) Переберем ^{три} пары, с учетом полученных условий

191	641	551 ✓
192	642	552
193	643	553 ✓
194	644 ✓	554
195	645	555 ✓
196	646	556
197	647	557 ✓
198	648	558
199 ✓	649 ✓	559 ✓

Точечкой помечу пары, которые подходят под 3 условия
 Тогда искомые числа это

193, 644, 649, 551, 553, 555, 557, 559

4

Линия отреза

Бланк ответов

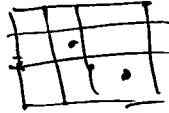
5) для $n=1$



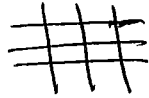
для $n=2$



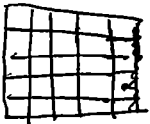
для $n=3$



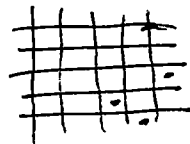
для $n=4$



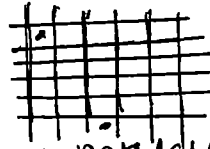
Замечу, что чтобы центры квадратов были на 1 прямой или прямой
расположены только по диагонали (либо от изометрического квадрата)
Более пример для $n=5$



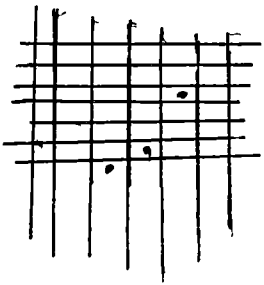
$n=6$



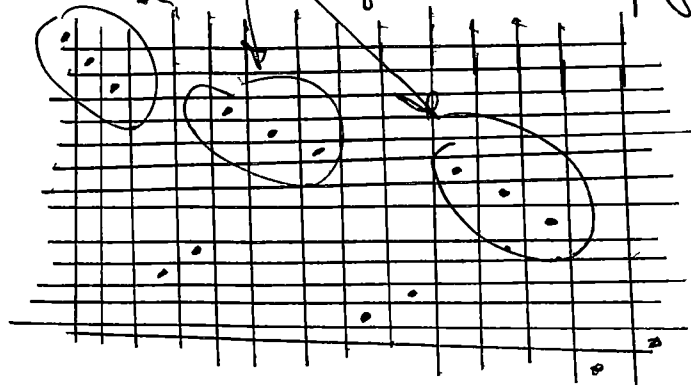
$n=7$



$n=8$



$n=15$



если таких троек будет 4,
условие нарушится

Замечу, что: Если расположить по 3 точки на диагонали, то условие соблюдается
~~Доказано, что...~~

Если создать между тройками точек промежутки по 2, то на них смогут разместиться
перейти ~~дальше~~ точек, которые порождают на диагонали максимум с каждой 1 точкой
Таким образом, чтобы разместить на диагонали максимум с каждой 1 точкой

- 1) отберем 3 точки по диагонали (вниз, вправо)
- 2) сдвинем на 3 клетки вправо и 1 вниз
- 3) повторим, пока не упрет в край доски
- 4) сдвинем на 1 вниз и 1 влево до самого крайнего промежутка из 2-ух клеток
- 5) строим по диагонали правильно (влево, вниз)
- 6) сдвинем на 6 вправо и 1 вниз (меньше 2-ух клеток)
- 7) повторим, пока не упрет в край

алгоритм не будет
работать при
всех n

Линия отреза

Бланк ответов

2) Замени, то чтобы 6-ой тур невозможно было провести
нужно сделать так, чтобы к началу 6-го тура были ситуации, при
которой 3 игрока могут сыграть только между собой (2-ое могут
выиграть, а 1 нет)

Пусть игроки это a, b, c, d, e, f, g, h

Будем считать ситуациями, когда первые 5 раундов a, b, c не играют между собой

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1) $a-d$ | 2) $a-e$ | 3) $a-f$ | 4) $a-g$ | 5) $a-h$ |
| $b-e$ | $b-d$ | $b-h$ | $b-f$ | $b-g$ |
| $c-f$ | $c-h$ | $c-g$ | $c-d$ | $c-e$ |
| $g-h$ | $f-g$ | $e-d$ | $e-h$ | $d-f$ |

6) $a-b$

c не сыграет, т.к. они играют только с a и b

Ответ может

+

$$4) 2^{xy} \geq 2^{x+y} (x+y+2) \mid 2^{x+y}$$

$$2^{xy-x-y} \geq x+y+2 \mid \geq$$

$$2^{x(y-1)-y} = \frac{x+y+2}{2} \mid 2$$

$$2^{x(y-1)-(y-1)} = \frac{2x+2y}{2} + 2$$

$$2^{(x-1)(y-1)} = 2 + \frac{2x+2y}{2}$$

↑
степень двойки, как минимум 1

Будем считать 2 числа вида $2^k, k \in \mathbb{Z}$ а получим $\frac{2(x+y)}{2}$ - степень двойки $\geq$
у которых разность равна 2 это 2 и $4 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \int 2^{(x-1)(y-1)} = 4$$

$$\left(\frac{2(x+y)}{2} \geq 2(*) \right)$$

$$\begin{aligned} & \left(\begin{aligned} & x+y \geq 2 \\ & x(y-1) \geq 2 \\ & x(y-1) \geq 2 \end{aligned} \right) \\ & x(y-1) \geq 2 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Ноль или 1

Дополнительный лист №1

$$2^{x-1}(y-1) = 4$$

Найдем ор

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ y \geq 2 \end{cases} \quad (\text{Множ. } 2^0 = 4)$$

при $y = 2$ $2^{x-1} = 2^2$

$$x-1 = 2$$

$$x = 3$$

при $x = 2$ $2^{y-1} = 2^2$

$$y = 3$$

Пары симметричны.

$$\frac{2(x+y)}{2} = 2$$

$$x+y = 2$$

При условии того, что пары симметричны

$$2+3 = 2$$

$$2 = 5$$

Получаем пары

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = 5 \end{cases}$$

Ответ $(2, 3, 5), (3, 2, 5)$

