



3101525057678

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Фамилия В О Л О С

Имя Е В Г Е Н И Я

Отчество А Л Е К С А Н Д Р О В Н А

Дата рождения 1 5 0 8 2 0 0 8

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 4 5 7

Телефон 8 9 9 5 0 8 8 3 4 8 8

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101525057678

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов _____ Количество черновиков к проверке _____
Время выхода с _____ до _____

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	0	—					
Балл члена жюри №2	20	0	0	0	—					

Итоговый балл 20

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

N° 1

Дано $\triangle BМC$

$\triangle BМC$ - остроугольный,

$АНМВ$ - вписанный 4-угольник,

H - пересечение высот

Найти $\frac{BK}{CK}$ - ?

Решение

Доп построение

Опустим высоту к стороне BC из вершины A

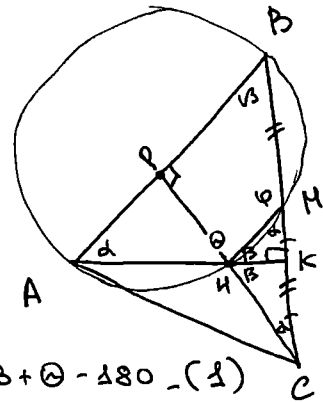
Назовем AK

Обозначим $\angle BAK = \alpha$

$\angle ABK = \beta$, $\angle BMH = \varphi$

$\angle ANM = \theta$, тогда $\alpha + \varphi = \beta + \theta - 180$ (1)

- тк четырехугольник вписан в окружность



Рассмотрим $\triangle АКВ$ - прямоугольный ($\angle K = 90^\circ$), тогда $\alpha + \beta = 90^\circ$ (2)

Вычтем ($\alpha + \beta = 90^\circ$) из (1) уравнения $\varphi - \beta = \theta - \alpha = 90^\circ$ (3) $| + (\theta - \alpha)$

$$\varphi + \theta - \beta - \alpha = 180^\circ \quad (4)$$

$$(4) + (2) \quad \varphi + \theta - \beta - \alpha + \beta + \alpha = 270^\circ$$

$$\varphi + \theta = 270^\circ \quad (5)$$

$$\angle MNK = 180 - \theta \quad (\text{смежные})$$

~~Рассмотрим $\triangle KМH$ (прямоугольный $\angle K = 90^\circ$)~~

$$\angle KМH = 180 - \varphi \quad (\text{смежные})$$

$$\text{Из уравнения (1)} \Rightarrow \angle KМH = 180 - \varphi = \alpha$$

$$\angle MNK = 180 - \theta - \beta$$

~~Рассмотрим $\triangle АКВ$ и $\triangle МKH$ $\triangle АКВ \sim \triangle МKH$ по 3-м углам.~~

$$\angle K - \text{общий} = 90^\circ, \angle BAK = \angle HMK = \alpha, \angle ABK = \angle KМH = \beta$$

$$\frac{AK}{MK} = \frac{BK}{HK} = \frac{AB}{MH} \quad (6)$$

Доп построение проведем высоту CP к стороне AB

Рассмотрим $\triangle CPB$ - прямоугольный ($\angle P = 90^\circ$)

тогда $\angle PCB + \angle PBC = 90$

$$\angle PBC = \beta, \text{ тогда из уравнения (2) } \angle PCB = \alpha$$

~~Рассмотрим $\triangle AРC$ - прямоугольный ($\angle P = 90^\circ$)~~

(Смотреть продолжение $\Rightarrow$)

(6 слов "1-продолжение")

№3 Так как шахматная доска размером 8×8 клеток, то самый длинный ход будет 7 клеток (не считая начального положения). А раз длина всех ходов различна, то Андрей сможет занять ходы от 1 до 7, то он сможет закрасить $1 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 29$ клеток

↑
начальная, стартовая клетка

можно больше

Такой вариант возможен, если закрашиваемые клетки не пересекаются. Рассмотрим 1 из ^{таких} вариантов

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	↑	→	→	→	→	→	↘	
2	↑					↙		
3	↑				↙	→	→	↓
4	↑			↙		↑		↓
5	↑		↙			↑		
6	↑	→	→	→	→	↑		
7	↑							
8	X							

← начальное положение ферзя

цифрочками

указаны направления
хода ферзя

Возможны и другие
варианты, данный

вариант рассматривается
лишь как частный
случай

№4 продолжение

Бланк ответов

~1 - ПРОДОЛЖЕНИЕ
 тогда Рассмотрим $\triangle HCK$ - прямоугольный ($\angle K = 90^\circ$)

$$\text{тогда } \angle CHK + \angle HCK = 90^\circ$$

$$\angle HCK = \alpha, \text{ тогда из уравнения (2)} \Rightarrow \angle CHK = \beta$$

Рассмотрим $\triangle CHK$ и $\triangle MKH$ $\triangle CHK \sim \triangle MKH$ - по трем углам

$$\angle CHK = \angle MKH = 90^\circ$$

$$\angle MKH = \angle CHK = \beta$$

$$\angle HCK = \angle HKM = \alpha$$

$$\frac{MK}{CK} = \frac{MH}{CH} = \frac{HK}{HK} = 1 - \text{т.к. коэф-нт подобия равен 1,}$$

$\triangle MKH = \triangle CHK$, тогда $MK = KC$ - как соответственные

$$\cancel{CK} = \cancel{CK} \quad CK = MC - MK, \text{ а т.к. } MK = KC, \text{ то } CK = \frac{MC}{2}$$

$$BK = BM + MK = MC + \frac{MC}{2} = 2CK + CK = 3CK$$

$$(BM = MC) \text{ и } (MK = CK) \quad \cancel{(BK = 2MK)} \text{ и } (MC = 2CK)$$

$$\frac{BK}{CK} = \frac{3CK}{CK} = 3$$

$$\text{Ответ } \frac{3}{1} \quad +$$

~4 Формула n-ного члена арифметической прогрессии $a_n = a + (n-1)p$,
 где p - разность между 2-мя рядом стоящими членами, a - 1-ый член
 прогрессии

По условию все члены прогрессии > 0 и $a^2 + d^2 = b^2 + c^2$ и

$a < b < c < d$ и прогрессия возрастающая

Предположим, что данная прогрессия - это последовательность
 натуральных чисел, начинающаяся с 1

Бланк ответов

тогда $a=1$, но такая последовательность не удовле-
 $b=2$ творит условию $a^2+d^2=b^3+c^3$
 $c=3$
 $d=4$ $1^2+4^2 \neq 2^3+3^3$
 $65 \neq 35$

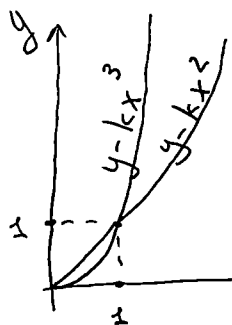
Попробуем увеличить 1-ый член последовательности до 2

$2^2+5^2 \neq 3^3+4^3$ Все так же не удовлетворяем условию,
 $29 \neq 91$ но в этот раз сумма кубов уже больше суммы
 квадратов

Попробуем увеличить 3-ий член последовательности до 3 и до 5

$3^2+6^2 \neq 4^3+5^3$ и $5^2+8^2 \neq 6^3+7^3$
 $41 \neq 189$ $89 \neq 559$

Чем больше 3-ий член последовательности, тем больше разница
 между суммами ~~кубов~~ и квадратов чисел, это можно
 объяснить более стремительным увеличением ординаты ~~кубической~~
 кубической, нежели квадратичной параболы



Исходя из таких соображений нам необходимо
 рассматривать прогрессию 1-й и 2-й член которой ≤ 1 , чтобы сумма
~~1-го~~ квадратов 1-го и 4-го была равна
 сумме кубов 2-го и третьего. Второй член

должен быть ≤ 1 , поскольку что мы рассматриваем куб его числа, а
 как видно из графика, кубы чисел ~~меньше~~ ^{< 1} меньше квадратов этих
 же чисел

А раз первые 2 члена последовательности ≤ 1 , и ~~$a_1 \neq 0$~~
 $a_3 > 0$, то можем сделать вывод, что $p < \frac{1}{2}$

~~Рассуждая таким образом~~ Таким образом, раз $a_2 \leq 1$ и $p < \frac{1}{2}$,
 то a_3 точно будет меньше 2, и a_4 в свою очередь тоже < 2

нам члены последовательности $a, a, -a$

$$b = a_2 \quad a + p$$

$$c = a_3 \equiv a + 2p$$

$$d = a_4 = a + 3p$$

Подставив и получившиеся

был равен $a^2 + d^2 = b^3 + c^3$

$$a^2 + (a+3p)^2 = (a+p)^3 + (a+2p)^3$$

$$a^2 + a^2 + 6ap + 9p^2 = a^3 + 3a^2p + 3ap^2 + p^3 + a^3 + \underline{a^2p} + 12ap^2 + 8p^3$$

Упростим $2a^2(a-1) - 9p^2(p-1) - 3ap(2+3a+5p) = 0$

Т.к. ~~все~~ $a > 0$ и $p > 0$, но $a < 2$ и $p < 2$ можем сделать вывод,

что $9p^2(p-1)$ и $2a^2(a-1)$ — отрицательные числа, то Δ будет

выражении равносильно следующему
получаю из 69 $2(1-x) = 2$

но следовательно

$$\cancel{g_p^2(p-\Delta)} = 2a^2(a-1) - 3ap(2+3a+5p) \not\leq 0$$

12

Всего 8 человек

Рис 1 - схема партии, которыми

уже и графи схематичны, вариантов

может быть много, но рассмотрим частный

шучаи Номер в клетке - номер парши в

которым играют шахматы

Предположим, что в 1-и партии встретились шахматисты 1 и 2, 3 и 4, 5 и 6, 7 и 8

Далее предположим, что во второй партии встретимся максималисты

1 и 3, 2 и 4, 5 и 8, 6 и 7. Затем, в 3 партии встретились

симметричности 1 и 4, 2 и 5, 3 и 7, 6 и 8 В четвертом

туре можем поставить в пары шахматистов 1 и 8, 2 и 7, 3 и 6,

4 и 5 В пятом туре отметили шахматистов 1 и 7, 2 и 6, 3 и 5, но не все сразу

и и 8 Из таблицы видно, что есть варианты при которых 6-ая

наприме составим это можем быть 2 и 3, 1 и 5, 3 и 8, 4 и 7

А вот 7-й тур уже не может состояться, ~~так как~~ что бы

~~1. а) По известности это видно на рисунке~~

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	2	3	6		5	4
2	1	2	6	2	3	5	4	
3	2	6	3	1	5	4	3	6
4	3	2	1	4	4		6	5
5	6	3	5	4	5	1		2
6		5	4		1	6	2	3
7	5	4	3	6		2	7	1
8	4	5	6		2	3	1	8