



1302350638971

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ЕМЕЛЬЯНИЧ И К

Имя К С Е Н И Я

Отчество А Л Е К С Е Е В Н А

Дата рождения 30 11 2007

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Э 4 0 4

Телефон 8 9 1 5 2 0 3 6 8 7 5

Дата 03 02 2025

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



1302350638971

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	0	—					
Балл члена жюри №2	20	20	0	0	—					

Итоговый балл 40

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задача 1

Число $\overline{abc}$

мн-во цифр

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$a \neq 0$$

$$\begin{cases} a+b+c = 10x+c \\ ab+bc+ac = 10y+b \\ a-bc = 10z+a, \text{ где} \\ x, y, z \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$a+b = 10x$$

сумма остатков чисел a, b

при делении на 10 должна делиться на 10, т.к. $a, b \in A$

возможно 3 варианта пар чисел

$$(1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5), (6, 4), (7, 3), (8, 2), (9, 1) \quad \checkmark$$

Рассмотрим все варианты пар ab , чтобы $c \in A, x, y, z \in \mathbb{N}$

1 $a=1, b=9$, тогда

$$a+b+c = 10z+c$$

$$9+c = 10z+1, \text{ тогда}$$

$$c=9, \text{ но } ab+bc+ac = 10y+b$$

$$9+81+9 = 10y+9$$

$$99 = 10y \quad \text{верно } y \in \mathbb{N}$$

значит число 199 - подходит $\checkmark$

2 $a=2, b=8$, тогда

$$2+8+c = 10z+2$$

$$10+c = 10z, \text{ тогда } \begin{cases} c=2 \\ c=7 \end{cases}$$

1) $c=2$

$$ab+bc+ac = 10y+b$$

$$\checkmark \quad 16+16+4 = 10y+8$$

$$36 = 10y+8 \quad y \notin \mathbb{N} - \text{не подходит}$$

2) $c=7$

$$2 \cdot 8 + 2 \cdot 7 + 7 \cdot 8 = 10y+8$$

$$16+14+56 = 10y+8, y \notin \mathbb{N} - \text{не подходит } \checkmark$$

3 $a=3, b=7$, тогда

$$3+7+c = 10z+3$$

$$10+c = 10z, \text{ тогда } c=3$$

$$ab+bc+ac = 10y+b$$

$$21+21+9 = 10y+7$$

4 ~~$a=4, b=6$~~ тогда $a=4, b=6$, тогда $y \notin \mathbb{N}$ - не подходит

$$4+6+c = 10z+4$$

$$10+c = 10z, \text{ тогда}$$

$$\begin{cases} c=4 \\ c=6 \end{cases}$$

$\checkmark$

1) $c=1$, но $ab+bc+cb=10y+b$
 $24+6+4=10y+6$ $y \notin \mathbb{N}$ - не подходит ✓

2) $c=6$, но $ab+bc+cb=10y+b$
 $24+36+24=10y+6$ $y \in \mathbb{N}$ - не подходит ✓

5 $a=5, b=5$

$a, b, c = 10z + a$

$25 \cdot c = 10z + 5$ тогда $c =$  $\begin{cases} c=1 \\ c=3 \\ c=5 \\ c=7 \\ c=9 \end{cases}$ ✓

1) $c=1$, но $ab+bc+cb=10y+b$
 $25+5+5=10y+5$ - ~~не подходит~~ верно $y \in \mathbb{N}$

значит 551 - подходит

2) $c=3$ но $ab+bc+cb=10y+b$
 $25+15+15=10y+5$ - верно $y \in \mathbb{N}$

значит 553 - подходит

3) $c=5$, но $ab+bc+cb=10y+b$
 $25+25+25=10y+5$ - верно $y \in \mathbb{N}$

значит 555 - подходит

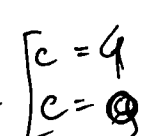
4) $c=7$, но $ab+bc+cb=10y+b$
 $25+35+35=10y+5$ - верно $y \in \mathbb{N}$

5) $c=9$, но $ab+bc+cb \neq 10y+b$

$25+45+45=10y+5$ - верно $y \in \mathbb{N}$

значит число 559 - подходит

6 $a=6, b=6$ ✓
 $a, b, c = 10z + a$

тогда $c =$  $\begin{cases} c=4 \\ c=6 \end{cases}$

1) $c=4$, но $ab+bc+cb=10y+b$
 $24+16+24=10y+4$ - ~~не~~ верно $y \in \mathbb{N}$

значит число ~~644~~ - подходит ✓
644

Бланк ответов

2) $c = 9$, но $ab + bc + ca = 10y + b$
 $24 + 36 + 36 = 10y + 4$ - верно, $y \in \mathbb{N}$
 значит число ~~649~~ ~~644~~ - подходит.

7 $a = 7, b = 3$

$$abc = 10z + a$$

21 $c = 10z + 7$, тогда $c = 7$, но $ab + bc + ca = 10y + b$,
 $21 + 49 + 21 = 10y + 3$,
 $y \notin \mathbb{N}$ - не подходит

8 $a = 8, b = 2$

$$abc = 10z + a$$

$$16c = 10z + 8 \quad \begin{cases} c = 3 \\ c = 8 \end{cases}$$

1) $c = 3$, но $ab + bc + ca = 10y + b$
 $16 + 24 + 6 = 10y + 2$, $y \notin \mathbb{N}$ - не подходит

2) $c = 8$, но $ab + bc + ca = 10y + b$
 $16 + 16 + 64 = 10y + 2$, $y \notin \mathbb{N}$ - не подходит

9 $a = 9, b = 1$

(+)

$$abc = 10z + a$$

$$9c = 10z + 9 \quad c = 1, \text{ но } ab + bc + ca = 10y + b$$

$$9 + 9 + 2 = 10y + 1, y \notin \mathbb{N} - \text{не подходит}$$

✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓
 Ответ 199, 551; 553, 555, 559; 644, 649

Задание 2 Присвоим каждому шахматисту номер с 1 по 8

Да, такое возможно, если, например, первый шахматист в первых 5 турах сыграл с

шахматистами 2-5, а шахматисты 7 и 8 также сыграли с игроками 2

2-5 в первых 5 турах, тогда на 6 тур
останутся 3 ~~команды~~ шахматиста, которое
играли со всеми кроме друг друга
Составим пример такой турнирной таблицы

тур шахматист	1	2	3	4	5	с какой игрой еще не
1	1,2	13	14	15	16	78
2	21	27	28	24	23	56
3	37	31	36	38	32	45
4	45	48	41	42	47	36
5	54	56	57	51	58	23
6	68	65	63	67	61	24
7	73	72	75	76	74	18
8	86	84	82	83	85	17

В ячейки
таблицы запишем
какие команды
с какими будут
играть в этом
туре

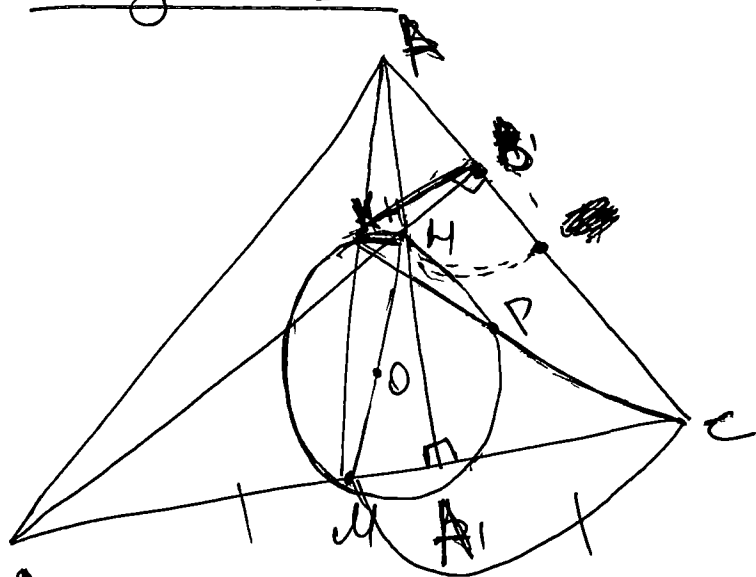
(+)

В последний столбец запишем ~~какие~~ с
какими шахматистами еще не играл
игрок с данным номером (для проверки)
получается, что первый игрок не играл с 7 и 8,
7 игрок не играл с 1 и 8, а 8 игрок не
играл только с 1 и 7, значит в тур организовать
не получится

Как составлялась таблица:
игроки с 2 по 5 должны сыграть с 1
игроком и шахматистами 7 и 8, тогда для
каждого тура остаются только две свободные
ячейки (то есть могут ~~оставаться~~ играть два
шахматиста из которых не является 1, 7, 8)
если сначала расставить в турнирной таблице

углов 1, 7, 8, то ~~то~~ команды в оставшихся ячейках определяются очевидным образом

Задание 3



Дано $\omega(O, R)$ - описанная около $\triangle ABC$

AA_1, BB_1 - высоты

$$M = \frac{1}{2} BC$$

$$\omega \cap AM = K$$

Док-ть HK - биссектриса $\angle CKB_1$

Док-во

1. $AM \perp BC$ - пр/уг, значит $O \in AM$ и $MO = OH$
(св-во пр/уг тр)

2. Пусть $\angle C = \alpha$, тогда по о-ву $\angle AHB = 180^\circ - \alpha$

3. По т о вписанном угле $\angle HKS = \frac{1}{2} \angle HPS$

Задача 4

$$2^{xy} \cdot z = 2^{x+y} (x+y+z) \quad x, y, z \neq 0 \text{ т.к. } x, y, z \in \mathbb{N}$$

$$\frac{2^{xy}}{2^x \cdot 2^y} = \frac{x+y}{z} + 1$$

Пример $x=2, y=3, z=5$

$$\frac{2^6}{2^3 \cdot 2^2} = \frac{2+3}{5} + 1, \text{ значит если сумма чисел отличается от произведения чисел на } 1,$$

то тройка является решением
т.к. z можно выбрать ~~любым~~ ~~любым~~ такое
что $\frac{(x+y)}{z} = 1$

$$\begin{cases} xy=a \\ x+y=a-1 \end{cases} \quad \begin{cases} xy=a \\ y^2+y(1-a)+a=0 \end{cases}$$

$$D = 1 - 2a + a^2 - 4a = a^2 - 6a + 1$$

$$y = \frac{a-1 \pm \sqrt{a^2-6a+1}}{2}, y \in \mathbb{N}, \text{ тогда}$$

$$\sqrt{a^2-6a+1} \in \mathbb{Z}$$

$\sqrt{a^2-6a+1}$ — полный квадрат под корнем

$$\sqrt{a^2-6a+9-8} = \sqrt{(a-3)^2-8} \in \mathbb{Z}$$

$a=6$ — решение $(2, 3, 5)$

почему других нет?

~~а-2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100~~