



3101487339839

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия К О З И Н О В

Имя С Г Р Г Е Й

Отчество С Е Р Г Е Е В И Ч

Дата рождения 3 0 1 1 2 0 0 6

Город участия Т Ю М Е Н Ь

Аудитория 3 1 6

Телефон 8 9 8 2 7 7 2 1 6 8 5

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Т Ю М Е Н Ь

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	20	—	—					
Балл члена жюри №2	20	0	20	—	—					

Итоговый балл 40

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

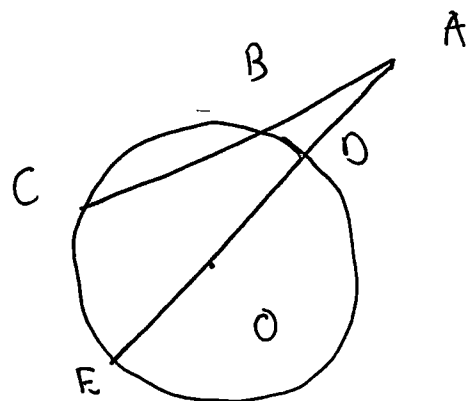
Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

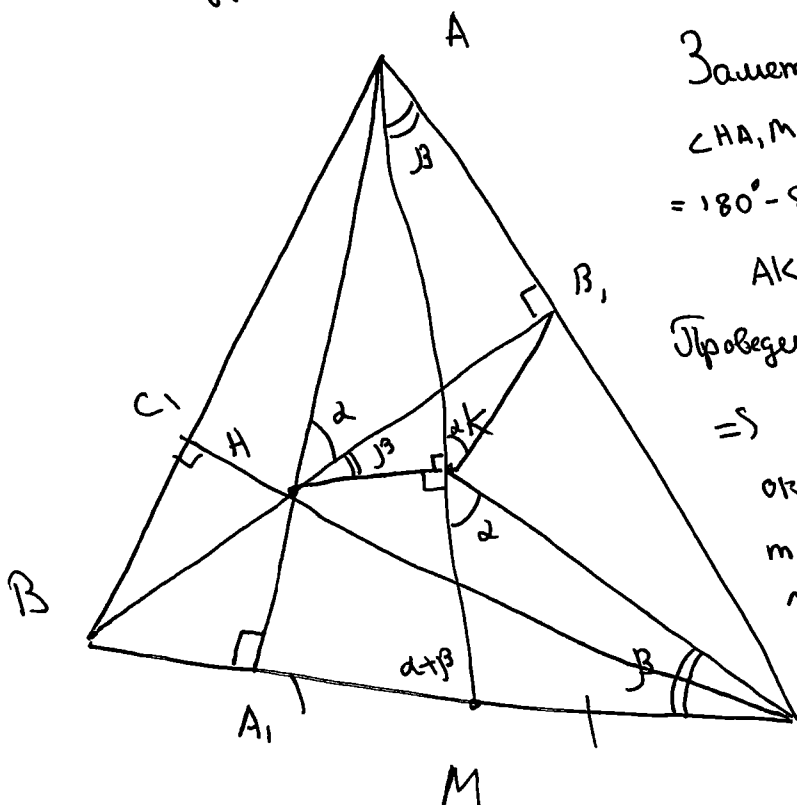
№3) Докажем вспомогательную лемму

Пусть у нас есть окр с центром в O и радиус R , и A лежит вне окр, проведем секущую через A , которая пересечет окр в B и C , проведем $AE \perp AC$, тогда $AB \cdot AC = AO^2 - R^2$, при любом положении секущей AC

Проведем AO , пусть AO пересекать окр в D и E ($D \in AE$) По теореме об отрезках
 $AB \cdot AC = AD \cdot AE = (AO - DO)(AO + OE)$,
 $DO = OE = R$ $AB \cdot AC = (AO - R)(AO + R) =$
 $= AO^2 - R^2$ полученное соотношение



Будем называть степенью A отн окр с O



Заметим, что $\triangle A_1HKM$ - впис, то
 $\angle HA_1M + \angle HKM = 180^\circ \Rightarrow \angle HKM = 180^\circ - \angle HA_1M =$
 $= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, так же

$AK \cdot AM = AH \cdot AA_1$ (по теореме об отрезках)

Проведем высоту CC_1 , $C_1H \perp AB$ (выс =)

$\Rightarrow AH \cdot AA_1 = AC_1 \cdot AB$ (как степень A отн окр BC, HA_1), тогда заметим, что $\angle BCC_1 = \angle B_1H_1C = 90^\circ$, то B, C_1, B_1, C лежат на окр с диаметром BC , так M - сев BC , то $BM = MC$ - радиус окр, тогда степень C отн этой окр

$$AC_1 \cdot AB = AM^2 - MC^2 \Rightarrow AK \cdot AM = AH \cdot AA_1 = AC_1 \cdot AB = AM^2 - MC^2 \Rightarrow AK \cdot AM = AM^2 - MC^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (AM - MK) \cdot AM = AM^2 - MC^2 \Rightarrow AM^2 - AM \cdot MK = AM^2 - MC^2 \Rightarrow MC^2 = MK \cdot AM \Rightarrow$$

$\Rightarrow MC$ - кас к окр описанной около $\triangle KCM$ так ее кв равен произв отрезков

$$\Rightarrow \angle MAC = \angle MCK \text{ (как угол между хордой и кас)}$$

$$\text{Заметим, что } KH - \text{бисс } \angle CKB, \Rightarrow \angle HKB = \angle HKC \text{ (} \angle$$

$$\Rightarrow \angle HKA + \angle AKB = \angle HKM + \angle MKC \Rightarrow \angle AKB = \angle CKM \text{ (тк } \angle HKA =$$

$$= \angle HKM = 90^\circ) \Rightarrow \text{докажем что } \angle AKB = \angle CKM$$

$$\text{Пусть } \angle AKB = \alpha, \text{ а } \angle KAB = \beta, \text{ тогда заметим, что } \angle HKA = \angle HBA \Rightarrow$$

$$\Rightarrow HAB, K - \text{впис} \Rightarrow \angle AKB = \angle AHB, \text{ (впис угл), } \angle AHB = \angle BHA$$

$$\text{аналогично } \angle KHB = \angle KAB, \text{ (впис угл)} \Rightarrow \angle AHK = \angle AHB + \angle BHA = 2\alpha + \beta,$$

$$\text{тк } A, HKM - \text{впис, то } \angle AHK = \angle AMK \text{ (тк они оба дополняют } \angle AHK \text{ до}$$

$$180^\circ) \Rightarrow \angle AMK = 2\alpha + \beta, \text{ рассмотрим } \triangle KMC \angle MKC = \angle MAB = \beta,$$

$$\text{а } \angle AMK = \angle MKC + \angle MKS \text{ (как внешний угл } \triangle KMC) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle A + 2\alpha + \beta = \beta + \angle MKS \Rightarrow \angle MKS = 2\alpha \Rightarrow \angle MKS = 2\alpha = \angle AKB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow KH - \text{бисс } \angle CKB,$$

или

№2) Посчитаем кол во всевозможных пар каждому из восьми шахматистов можно поставить любого из 7 оставшихся $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{всего различных пар } \frac{7 \cdot 8}{2} = 7 \cdot 4 = 28 \text{ пар}$$

тк в каждом туре участвует по 4 пары и при том в каждом следующем пары не повторяются, то через 5 туров

сыграют друг с другом 20 пар, но тогда у нас останется

$$\text{еще } 28 - 20 = 8 \text{ пар, которые не участвовали ранее} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ из них всегда можно выбрать 4 пары для шестого тура

Ответ Нет, не имеет верно

№1) Не общность неумолима!
 Не зная общности будем считать, что a - первая цифра числа, b - вторая и c - третья. Если это не так, то можно переобозначить переменные и в последние цифры выразить.
 $a+b+c$, $ab+ac+bc$, abc - не изменятся, тогда

$$1) a+b+c \equiv c \pmod{10} \Leftrightarrow a+b \equiv 0 \pmod{10}, \text{ т.е.}$$

$$a+b=10, \text{ т.к. } 0 \leq a \leq 9 \text{ и } 0 \leq b \leq 9 \Rightarrow a+b \leq 18 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+b=10, \text{ т.к. числа трехзначные } abc \neq 0, \text{ т.е. } \underline{a, b, c > 0}$$

$$2) ab+bc+ca \equiv b \pmod{10}, \text{ подставим } b \equiv -a \pmod{10},$$

$$-a^2 - ac + ca \equiv -a \pmod{10} \Leftrightarrow a^2 \equiv a \pmod{10},$$

т.к. a - цифра, то нам подойдут только $a \in \{1, 5, 6\}$, т.к.

другие цифры дают разные остатки со своими квадратами по модулю 10,

тогда $(a=1, b=9), (a=5, b=5), (a=6, b=4)$ - все возможные цифры на первом и втором местах соответственно

3) Подберем c

$$a=1, b=9$$

$$abc=9c, 9c \equiv 1 \pmod{10} \Leftrightarrow -c \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c \equiv 9 \pmod{10} \Rightarrow \boxed{c=9} \text{ т.к. } 0 \leq c \leq 9 \Rightarrow \text{единственное сст } 9 - \text{это } 9$$

$$a=5, b=5$$

$$abc=25c, 25c \equiv 5 \pmod{10} \Leftrightarrow 5c \equiv 5 \pmod{10}, \Leftrightarrow$$

это сравнение не имеет решений, т.к. $25c$ на конце дает 0 или 5,

~~$\Rightarrow$ не существует c , который дает 1 в конце числа $25c$~~

~~$$a=6, b=4$$~~

~~$$abc=24c$$~~

~~$$24c \equiv 1 \pmod{10}$$~~

$\Leftrightarrow c \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$ - при этих c число abc заканчивается цифрой 5 на конце

$$a=6 \quad b=4$$

$$abc = 24c. \quad 24c \equiv 6 \pmod{10} \quad (\Rightarrow) \quad 4c \equiv 6 \pmod{10}$$

c	$4c \pmod{10}$	$c \in \{4, 9\}$ - погодим!
1	4	
2	8	
3	2	
4	6	
5	0	
6	4	
7	8	
8	2	
9	6	

Тогда погодим числа

199, 551, 553, 555, 557, 559, 644, 649

Ответ 199, 551, 553, 555, 557, 559, 644, 649 +

