



3101419090605

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия И В А Н О В

Имя А Р Т Е М

Отчество А Л Е К С Е Е В И Ч

Дата рождения 1 8 0 4 2 0 0 7

Город участия К Р А С Н О Я Р С К

Аудитория 1 - 2 0

Телефон + 7 9 6 1 0 9 6 6 8 8 1

Дата 0 7 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101419090605

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия *КРАСНОЯРСК*

Заполняется организаторами

Количество доп. листов _____ Количество черновиков к проверке _____

Время выхода с _____ до _____

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	18	0	-	5	0					
Балл члена жюри №2	18	0	-	5	0					

Итоговый балл *23*

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание №1

Дано число из цифр a, b, c представим без потери общности его в вид $\overline{abc}$

Из первого свойства понимаем, что

$$a+b+c \equiv c \pmod{10}$$

$$a+b \equiv 0 \pmod{10} (*)$$

Поскольку a и b это цифры, то единственное значение их суммы, удовлетворяющее условию $(*)$ $a+b=10$

Перейдем ко второму свойству

$$ab+bc+ca \equiv b \pmod{10}$$

$$ab+c(b+a) \equiv b \pmod{10}$$

$$ab+10c \equiv b \pmod{10}$$

$$10c \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow ab \equiv b \pmod{10} (**)$$

Найдем все пары чисел a и b , удовлетворяющие условию $(*)$ и $(**)$

$(*)$

$(*)$ и $(**)$

1+9
2+8
3+7
4+6
5+5
6+4
7+3
8+2
9+1

1 9 $\equiv 9 \pmod{10}$ $\checkmark$
2 8 $\not\equiv 8 \pmod{10}$
3 7 $\not\equiv 7 \pmod{10}$
4 6 $\not\equiv 6 \pmod{10}$
5 5 $\equiv 5 \pmod{10}$
6 4 $\equiv 4 \pmod{10}$
7 3 $\not\equiv 3 \pmod{10}$
8 2 $\not\equiv 2 \pmod{10}$
9 1 $\not\equiv 1 \pmod{10}$

В итоге остались пары чисел

$a=1, b=9$ (1), $a=6, b=4$ (3)
 $a=5, b=5$ (2)
 ~~$a=4, b=6$ (3)~~

Из третьего условия найдем c

$$(1) \quad 19c \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow c=9$$

$$(2) \quad 55c \equiv 5 \pmod{10} \Rightarrow c \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$(3) \quad 64c \equiv 6 \pmod{10} \Rightarrow c \in \emptyset$$

Получив тройки чисел

$(1, 9, 9), (5, 5, 1), (5, 5, 3), (5, 5, 5), (5, 5, 7), (5, 5, 9)$

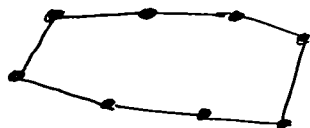
Ответ $199, 551, 553, 555, 557, 559$

Задача №2

По условию задачи было проведено 5 туров, то есть каждый шахматист сыграл с 5-ю другими и у него в любой случае останется еще два шахматиста, с которыми он не играл

Представим эту ситуацию в виде графа, в котором шахматисты - точки, а ребра соединяют шахматистов, которые еще не играли друг с другом

Так как все вершины имеют степень 2, то граф можно всегда представить в таком виде



Тогда очевидно, что выбрать пары на 6-ой тур можно всегда

Например



Ответ не может

Задача №4

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z)$$

$$2^{xy} x-y = \frac{x+y}{z} + 1$$

$$2^{x(y-1)-y+1} = \frac{x+y}{z} + 1$$

$$2^{(x-1)(y-1)-1} = \frac{x+y}{z} + 1$$

Заметим, что

$$\begin{cases} x+y \geq z \\ x \geq 2 \\ y \geq 2 \end{cases}, \text{ так как } x, y, z \in \mathbb{N}$$

А также, что если существует решение (x, y, z) , то существует решение (y, x, z)

Поэтому осуществим перебор от x и y ~~$x+y = x+y$~~

$$x=2, y=2$$

$$x=2, y=3$$

$$2^0 = \frac{4}{z} + 1 \Rightarrow z \in \emptyset$$

$$2 = \frac{2+3}{z} + 1 \Rightarrow z=5 \Rightarrow (2, 3, 5) - \text{решения}$$

$$x=2, y=4$$

$$x=2, y=5$$

$$2^2 - \frac{6}{z} + 1 \Rightarrow z=2 \Rightarrow (2, 4, 2) - \text{решения}$$

$$2^3 = \frac{7}{z} + 1 \Rightarrow z=1 \Rightarrow (5, 2, 1) - \text{реш}$$

$x=2, y=6$
 $2^4 = \frac{8}{2} + 1 \Leftrightarrow z \in \mathbb{N} \quad z \in \emptyset$, при дальнейшем увеличении y новых решений встретиться не будет, так как (*)

$x=3, y=3$

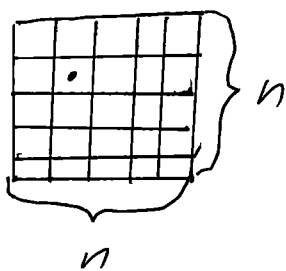
$2^3 = \frac{6}{2} + 1 \Leftrightarrow z \in \mathbb{N} \quad z \in \emptyset$, при дальнейшем увеличении y новых решений встретиться не будет так как (*)

(*) левая часть ^{увеличивается} ~~возрастает~~ быстрее, чем правая (при x и z принятыми за const), а-но, новых решений тоже не будет Нет доказательства этого факта

Ответ $(2, 3, 5), (3, 2, 5), (2, 4, 2), (4, 2, 2), (2, 5, 1), (5, 2, 1)$

Задача №5

Рассмотрим квадрат $n \times n$ и какой-нибудь единичный квадрат, проведем через его центр прямые, параллельные



через центры $n^2 - 1$ других квадратов. ^{их меньше} точек прямых будет $n^2 - 1$, вычтем еще все прямые, параллельные через центры квадратов, находящиеся в одной строке или одном столбце $n^2 - 1 - 2n + 2 = n^2 - 2n + 1$

$n^2 - 1 - 2(n-1)^2 = n^2 - 1 - n^2 + 2n - 1 = 2n - 2$, поделим это на два, так где бы не стоял ~~единичный квадрат~~ ^{какой-нибудь квадрат} вычтем еще все прямые, ~~которые~~ ^{которые} приходят в центры квадратов, находящихся на одной прямой,

$$2n - 2 = (n-2)(n-1) \quad n^2 - 2n + 1 - (n-2)(n-1) = n^2 - 2n + 1 - n^2 + 3n - 2 =$$

$$= n - 1 \text{ на этих прямых можно расположить}$$

$n-1$ квадратов + 1 ~~единичный~~ ^{какой-нибудь} квадрат и

того n и III D

Линия отреза

Бланк ответов

