

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия А Л Е К С Е Е В А

Имя Е В А Н Г Е Л И Н А

Отчество М И Х А Й Л О В Н А

Дата рождения 1 9 1 0 2 0 0 7

Город участия Ч Е Л Я Б И Н С К

Аудитория 3 4 9

Телефон 8 9 8 2 3 4 3 9 1 6 7

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



1302547413153

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Ч Е Л Я Б И Н С К

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с 12 46 до 12 48

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	—	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	—	0	0					

Итоговый балл 40

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 1

У нас есть цифры a, b и c , из которых мы составили число

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c$$

$$(a+b+c) \% 10$$

$$(ab+bc+ac) \% 10$$

$$abc \% 10$$

1) Заметим, что число трехзначное, а следовательно первая цифра не 0. Это означает, что среди a, b и c одновременно не могут встретиться числа 5 и 2, 5 и 4, 5 и 6, 5 и 8. Так как произведение $\times 5$ 12 или 4 или 6 или 8 будет оканчиваться на 0. А также $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$.

2) Мы знаем, что последняя цифра искомого числа равна последней цифре $(a+b+c)$. Порядок a, b и c в сумме нам не важен так как при любой комбинации чисел a, b и c , мы будем получать единственное число. (То есть из цифр 129 мы получим только число 192, при этом из цифр 219 или 912, например, мы получим это же число).

Тогда, пусть $(a+b+c) \% 10 = c$ (Оно также может быть $= a$ или b , это не важно).

Это возможно только если две из трех цифр в сумме дают 10.

Тогда у нас есть 4 варианта

1 и 9

2 и 8

3 и 7

4 и 6

5 и 5 ~~большое не может~~, ~~так как~~ ^{если} цифры разные, то 9 это также и 9 и 1, так как порядок не важен).

Рассмотрим каждый из этих вариантов



I Если одна из цифр - 1, а другая - 9

Последний разряд обязательно равен третьей цифре, так как $1+9=10$

$$219 = \overline{892}$$

Второй разряд всегда равен 9, так как мы используем цифры

$x, 1, 9$, и тогда второй разряд $= x + 9x + 9$, то есть

$10x + 9 \Rightarrow$ всегда оканчивается на 9

Если перебрать все варианты цифр ~~из~~ с 1 и 9, то первая цифра полученного числа будет удвояться, по правилу умножения на 9

$$219 = \overline{892}$$

Заменим, что получить 1 в первом разряде мы

$$319 = \overline{793}$$

можем только если две цифры совпадают.

$$419 = \overline{694}$$

$$519 = \overline{595}$$

$$619 = \overline{496}$$

$$719 = \overline{397}$$

$$819 = \overline{298}$$

$$919 = \overline{199}$$

$$119 = \overline{991}$$



II Если одна из цифр - 2, а другая - 8

$$128 = \overline{661}$$

Заменим, что последняя цифра полученного числа

$$228 = \overline{262}$$

всегда равна третьей цифре

$$328 = \overline{863}$$

Заменим, что вторая цифра полученного числа всегда равна 6, так как $2x + 8x + 16 = 10x + 16$

$$428 = \overline{464}$$

$$628 = \overline{666}$$

Значит, единственный набор цифр, в котором есть 6 - 628, а из него получается $\overline{666}$, которое не

подходит. Все остальные наборы не подходят автоматически, так как в них нет 6, а в полученном числе есть

III Если одна из цифр 3, а другая 7

$$137 = \overline{111}$$

Аналогично предыдущему пункту, последняя цифра равна третьей из набора используемых цифр

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

Вторая цифра всегда $= 1$, так как $3x + 7x + 21 = 10x + 21$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

$$237 = \overline{212}$$

$$337 = \overline{313}$$

$$437 = \overline{414}$$

$$537 = \overline{515}$$

$$637 = \overline{616}$$

$$737 = \overline{717}$$

$$837 = \overline{818}$$

$$937 = \overline{919}$$

$$137 = \overline{111}$$

IV Если одна цифра - 4, а другая - 6

$146 = \overline{441}$ Аналогично с предыдущими числами, последняя цифра
 $246 = \overline{842}$ полученного ~~числа~~ числа равна первой из использованных цифр
 $346 = \overline{743}$ Вторая цифра = 4, так как $4x + 6x + 14 = 10x + 24$
 $446 = \overline{644}$ Если цифры различные, то подходит только число $\overline{649}$,
~~если~~ если они могут быть одинаковыми, то также $\overline{644}$
 $646 = \overline{446}$
 $746 = \overline{847}$
 $846 = \overline{248}$
 $946 = \overline{649}$

V Если две цифры одинаковые и = 5

$551 = \overline{551}$
 $553 = \overline{553}$
 $555 = \overline{555}$
 $557 = \overline{557}$
 $559 = \overline{559}$

Ответ если мы считаем, что все цифры различные, то единственное число $\overline{649}$

если цифры могут повториться, то $199, 644, 649, 551, 553, 555, 557, 559$

Задача 12

Ответ можем

~~Пусть в первом раунде были игроки~~ Пусть в первом раунде были игроки

15	16	17	18	19
26	27	28	29	30
37	38	39	40	41
48	49	50	51	52
I	II	III	IV	V

Тогда

В шестом раунде 1 может сыграть либо с 2, либо с 3

Игрок 2, в свою очередь, может сыграть либо с 1, либо с 3

То есть из трех игроков должно образоваться 2 пары, что невозможно

(+)

А следовательно 6 тур провести невозможно

Ответ да, может

Задача 14

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z)$$

$$2^{xy} z = 2^{x+y} x + 2^{x+y} y + 2^{x+y} z$$

$$2^{xy} z - 2^{x+y} z = 2^{x+y} (x+y)$$

$$z(2^{xy} - 2^{x+y}) = 2^{x+y} (x+y)$$

При этом по условию все числа натуральные, тогда из скобки

$(2^{xy} - 2^{x+y})$ следует, что $xy > x+y$ (чтобы левая часть была положительной, так как правая часть заведомо положительна)

Тогда минимальные x и $y = 2$ и 3 или 3 и 2 , тогда

$$z(2^6 - 2^5) = 2^5 \cdot 5$$

$$32 z = 32 \cdot 5 \Rightarrow z = 5$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=5 \end{cases}$$

$$\text{либо } \begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=5 \end{cases}$$

Заменим, что функция $2^{xy} - 2^{x+y}$

$2^{xy} (x+y)$, так как $x+y$ возрастает медленнее чем xy

более резко возрастающая чем

Если мы рассмотрим $x=3$ и $y=3$, то

$$z(2^9 - 2^6) = 2^6 \cdot 6$$

$$z \cdot 448 = 384 \Rightarrow y \in 448 > 384 \Rightarrow z \notin \mathbb{N}$$

В последующем z будет становиться еще меньше и в итоге $z \rightarrow 0$

Тогда единственное возможное значение $z = 5$

Ответ $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=5 \end{cases}$ или $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=5 \end{cases}$

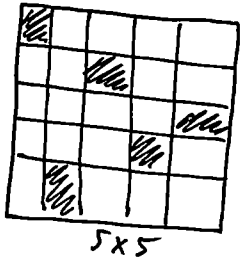
не следует из условия

Найденно не все ответы

Задание №5

Пусть Витина стратегия — каждый раз следующий ход делать на одну клетку правее и сдвигаться к противоположной стороне

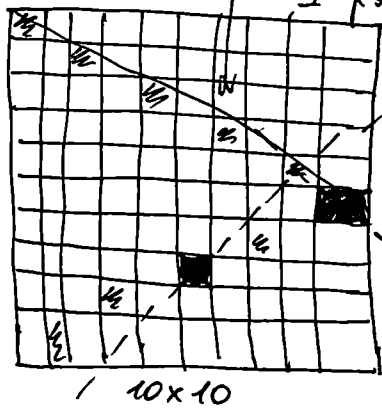
Под этим подразумевается например



для поля 5×5

При такой тактике мы по сути получаем набор клеток сверху и набор клеток снизу, где каждый из наборов получен ходами коня

Если мы раскрасим поле в шахматную раскраску, то мы увидим, что верхний и нижний конь начинают ходить из клеток разного цвета $\Rightarrow$ в конце они придут к двум клеткам, граничащим по диагонали



Центры верхнего набора и нижнего набора не лежат на одной прямой (так как получают ходы коня)

Однако на одной прямой могут лежать центры двух клеток из разных наборов

Но ~~если~~ если мы условно обозначим верхний и нижний набор прямыми , то мы

заменим, что на одной прямой, пересекающей обе эти прямые можем быть только 2 точки. То есть больше двух клеток, центры которых лежат на одной прямой быть не может

Также заметим, что верхний набор и нижний набор придут к двум клеткам, граничащим по диагонали, однако, если через эти две клетки провести еще одну прямую, то так как она будет пересекать уже проведенную до этого пунктирную прямую в одной точке, вторая клетка, через которую проведена вторая прямая не будет лежать на одной диагонали со второй клеткой через которую проходит первая прямая (То есть мы доказали, что например на рисунке 10×10 полностью черные

клетки не лежат на одной диагонали)

Таким образом мы доказали, что в нулевом состоянии от количества n , при такой стратегии на поле не будет выбрано более 3х клеток, центров которых лежат на одной прямой

А также по условию стратегии выигрывает не ~~каждый~~ ^{выбирает} никаких 2 квадрата в одной строке или одном столбце. То есть этот пункт выполняется автоматически, если выигрывает ~~каждый~~ ^{выигрывает} указанной стратегией

ЧТД