



3101611339177

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Г О Д О В А Н А Я

Имя В И К Т О Р И Я

Отчество С Е Р Г Е Е В Н А

Дата рождения 1 8 0 3 2 0 0 7

Город участия Т Ю М Е Н Ь

Аудитория 3 1 6

Телефон 8 9 1 9 9 4 8 8 0 7 0

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101611339177

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс

- ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

Т Ю М Е Н Ь

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	10	—					
Балл члена жюри №2	20	20	0	10	—					

Итоговый балл

50

Подпись

члена жюри №1

Подпись

члена жюри №2

Пример

заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

1) Заметим, что если обозначить число за $\overline{abc}$ то $c =$ последней цифре в сумме $a+b+c$ Тогда $a+b$ в сумме на конце дают 0, ведь только тогда последняя цифра такой суммы будет $= c$ а a и $b \neq 0$, тк тогда число $\overline{abc}$ не будет трехзначным, $\Rightarrow a+b=10$ (20 и больше получить нельзя, тк макс сумма $a+b=9+9=18$)

Рассмотрим все такие a и b

$a=1, b=9$ Тогда $a+b+c$ на конце дает 1 это возможно только при $c=9$ ($199-81$) Проверяем $1+9+9=19$, $9+9+81=99$, $199-81$

Подходит

$a=2, b=8$ Аналогично предыдущему случаю подбираем $c=2$ и $c=7$

Проверяем $4+16+16=36 \Rightarrow c=2$ не подходит $14+16+56=86 \Rightarrow c=7$

тоже не подходит $\Rightarrow$ этот вариант не подходит

$a=3, b=7 \Rightarrow c=3$ Проверяем $9+21+21=51 \Rightarrow$ этот вариант не подходит

$a=4, b=6 \Rightarrow c=1$ Проверяем $4+6+24=34 \Rightarrow$ этот вариант не подходит

$a=5, b=5$ Попробуем $c=6$ Проверяем $24+36+24=84 \Rightarrow$ не подходит

Понимаем, что здесь c может быть любой четной цифрой

Проверим числа $551, 553, 555, 557, 559$ Заметим, что $a+b+c$ оканчивается на 5, что равно $5c+5c+25=10c+25$, понимаем, что в этом случае при любом c $10c+25$ оканчивается на 5 $\Rightarrow$ все ранее перечисленные числа подходят

$a=6, b=4 \Rightarrow c=4, c=9$ Проверяем $24+16+24=64 \Rightarrow$ подходит, $64+16+36=116 \Rightarrow$ подходит

$a=7, b=3 \Rightarrow c=7$ Проверяем $49+21+21=91 \Rightarrow$ не подходит

$a=8, b=2 \Rightarrow c=3, c=8$ Проверяем $24+6+16=46 \Rightarrow$ не подходит $64+16+16=96 \Rightarrow$ не подходит

$a=9, b=1 \Rightarrow c=1$ Проверяем $9+9+1=19 \Rightarrow$ не подходит Таким образом, эти числа $199, 551, 553, 555, 557, 559, 644, 649$

Ответ

+

22 Забавно, что каждого из 8 шахматистов - дадим ему уникальные номера

- 1 - 000
- 2 - 001
- 3 - 010
- 4 - 011
- 5 - 100
- 6 - 101
- 7 - 110
- 8 - 111

Предположим, что после 5 тура шахматисты сыграли так, что из них невозможно составить пары, которых не было в предыдущих турах.

Поймем, что на момент 6 тура каждый шахматист сыграл ровно с 5 различными людьми. Тогда в таблице, которая отражает игры n -го шахматиста с m -ым, в каждой строке и каждой строке будет ровно 5 закрашенных клеток (игры) $\Rightarrow$ 2 незакрашенных (участники не могут играть сами с собой). Поймем тогда, что

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	X							
2		X						
3			X					
4				X				
5					X			
6						X		
7							X	
8								X

Заметим, что после игр:

18	17	16	14	12
27	25	23	28	38
36	34	47	37	46
45	68	58	56	75
1 тур	2 тур	3 тур	4 тур	5 тур

← таблица игр выглядит так

Заметим, что 1 игрок может играть

либо с 3, либо с 5, 3 - с 1 или 5, а 5 - с 1 или 3. Тогда как бы мы не выбрали пару:

13, 15 или 35, один человек из этой тройки не сможет больше ни с кем играть $\Rightarrow$ такое возможно

Ответ: да, может

+

Бланк ответов

$$2^{xy} \cdot z = 2^{x+y} (x+y+z)$$

$$\frac{2^{xy}}{2^{x+y}} = \frac{x+y+z}{z} \quad \left(\begin{array}{l} \text{Все числа натуральные} \Rightarrow \text{можно поделить} \\ \text{на } 2^{x+y} \text{ и на } z \end{array} \right)$$

$$2^{xy-x-y} = \frac{x+y}{z} + 1$$

Заметим, что $\frac{x+y}{z} + 1$ - степень двойки $\Rightarrow$ будем рассматривать степени 2

1) $xy - x - y = 1$, $\frac{x+y}{z} + 1 = 2$ (2^0 мы не берем, т.к. $\frac{x+y}{z} + 1$ точно > 1)

$$\frac{x+y}{z} = 1 \Rightarrow x+y=z \Rightarrow x=z-y \Rightarrow zy - y^2 - z = 1 \quad y^2 - zy + z + 1 = 0$$

$$D = z^2 - 4z - 4 = z^2 - 4z + 4 - 8 = (z-2)^2 - 8 = a^2, \text{ т.к. числа nat}$$

$$(z-2)^2 - a^2 = 8 \Rightarrow (z-2-a)(z-2+a) = 8 \quad \text{либо } z-2-a=1, z-2+a=8 \quad \text{либо}$$

$$z-2-a=2, z-2+a=4, \text{ либо } z-2-a=8, z-2+a=1, \text{ либо } z-2-a=4,$$

$$z-2+a=2 \quad \text{В случае с 1 и 8 } 2z-4=9 \text{ (сложим 2 равенства)}$$

что невозможно В случае с 2 и 4 $2z-4=6 \Rightarrow z=5 \quad x=2, y=3$, либо $x=3, y=2$

2) $xy - x - y = 2$, $\frac{x+y}{z} + 1 = 4 \Rightarrow \frac{x+y}{z} = 3 \Rightarrow x+y=3z \Rightarrow x=3z-y$

$$3zy - y^2 - 3z = 2 \Rightarrow y^2 - 3zy + 3z + 2 = 0 \quad D = 9z^2 - 12z - 8 = 9z^2 - 12z + 4 -$$

$$-12 = (3z-2)^2 - 12 = a^2 \quad (3z-2)^2 - a^2 = 12 \Rightarrow (3z-2-a)(3z-2+a) =$$

$= 12$ Здесь опять подходят только случаи с четными делителями $\Rightarrow$ эти делители 2 и 6 $\Rightarrow 6z-4-8 \Rightarrow 6z=12, z=2 \quad D=4, \Rightarrow$

$$y=2, x=4, \text{ либо } y=4, x=2$$

3) $xy - x - y = 3$, $\frac{x+y}{z} + 1 = 8 \Rightarrow x+y=7z \Rightarrow x=7z-y$

$$7zy - y^2 - 7z = 3 \Rightarrow y^2 - 7zy + 7z + 3 = 0 \quad D = 49z^2 - 28z - 12 =$$

$$49z^2 - 28z + 4 - 16 \Rightarrow (7z-2)^2 - 16 = a^2 \Rightarrow (7z-2-a)(7z-2+a) = 16$$

Здесь множители либо 2 и 8, либо 4 и 4

$$14z-4=10 \Rightarrow z=1, y=2, x=5, \text{ либо } 14z-4=8 \text{ не подходит, т.к. } 12 \neq 14$$

$$z=1, y=5, x=2$$

$$4) \quad xy - x - y = 4, \quad \frac{x+y}{2} + 1 = 16 \Rightarrow x+y = 15z \Rightarrow x = 15z - y$$

$$15zy - y^2 - 15z = 4 \Rightarrow y^2 - 15zy + 15z + 4 = 0$$

$$D = 225z^2 - 60z - 16 = 225z^2 - 60z + 4 - 20 = (15z - 2)^2 - 20 = a^2 - 20$$

$$\Rightarrow (15z - 2 - a)(15z - 2 + a) = 20$$

Заметим, что для каждого сумма дискриминанта не доказано сравнётся, как $(z(2^n - 1) - 2)^2 - 4(n+1)$, а далее при разложении на сомножители мы получаем $(z(2^n - 1) - 2 - a) \cdot (z(2^n - 1) - 2 + a) = 4(n+1)$

$$\cdot (z(2^n - 1) - 2 + a) = 4(n+1)$$

При $n \geq 4$, мы перестали получать целые z (а, следовательно, натуральные), так $2(2^n - 1)$ будет больше, чем

max сумма $z(2^n - 1)$	четных 2n+8	множителей $(4(n+1))$	$+4$ (max сумма)
$n=4$ 30	16	четных множит	такого числа $4(n+1) = 2+2n+2 =$
$n=5$ 62	18	$-2n+4$	
$n=6$ 126	20		

не доказано

Левый сомножитель увеличивается каждый раз в 2 раза, пока правый только на 2 $\rightarrow n=3$ - максимальное, при котором мы можем получить целые x, y, z

Ответ: $x=2, y=3, z=5$; $x=3, y=2, z=5$; $x=2, y=4, z=2$; $x=4, y=2, z=2$; $x=2, y=5, z=1$; $x=5, y=2, z=1$

Проверим варианты $2^6 5 2^5 10$; $2^8 2 = 2^6 8$; $2^{10} = 2^7 8$ Все подходит

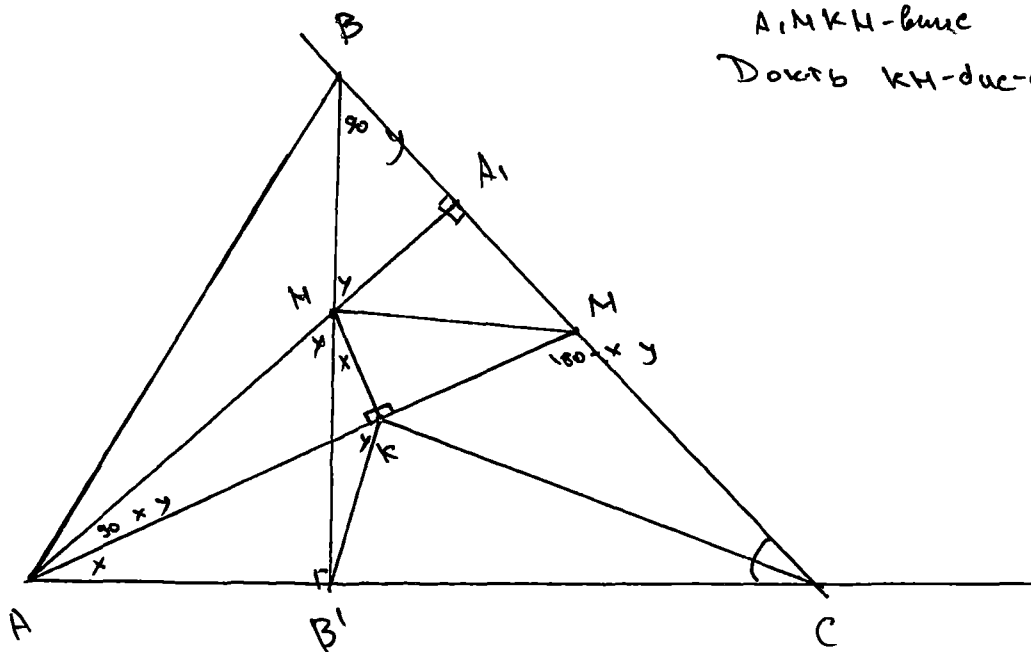
⊥

03

Дано $BM = MC$

A_1MKH - впис

Доказать KH - дие-са $\angle CKB_1$



$\angle A_1KH = 90^\circ$, т.к. KH диаметр оск $\Rightarrow \angle AKH = 90^\circ$
 $\Rightarrow A_1MKH$ - впис (АМ - диаметр) $\Rightarrow \angle KAH = \angle B_1HK = x$
 $\angle AHB_1 = \angle HKB_1 = y = \angle BHA_1 \Rightarrow \angle B_1BC = 90 - y$ ($\angle BAH = 90^\circ$) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle BCA = y$ $\angle AMC = 180 - x - y$. ($\angle CKM = y$) $\Rightarrow \angle B_1KH =$
 $- 90 + y = \angle CKH \Rightarrow KH$ - дие-са $\angle B_1KS$ поделу?

~~Ч.т.д.~~

Ч.т.д.

