



3101440529580

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Б Е С К Р О В Н А Я

Имя С О Ф Ъ Я

Отчество Б О Р И С О В Н А

Дата рождения 01 09 2007

Город участия Ч Е Л Я Б И Н С К

Аудитория 259

Телефон + 7 9 0 8 0 5 8 7 0 0 6

Дата 03 02 2025

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101440529580

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Ч Е Л Я Б И Н С К

Заполняется организаторами

Количество доп листов Количество черновиков к проверке
Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	0	0	10	0					

Итоговый балл 25

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 1

$\% 10$ - остаток от деления на 10 или последняя цифра числа

$$c = (a+b+c) \% 10$$

$$b = (ab+bc+ac) \% 10$$

$$a = (abc) \% 10$$

1) Ни одна из цифр не равна 0, потому что иначе $abc = 0 \Rightarrow a=0$ и тогда число не трехзначное

2) $a+b+c = c + k_1 10 + k_2 100 + \dots + k_n 10^n$, k_i - целое, неотрицательное
 Сумма 3 цифр не превосходит $9+9+9=27 \Rightarrow k_2=k_3=\dots=k_n=0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow a+b+c = c + k 10 \Rightarrow b+a = k 10$

Поскольку $1 \leq b \leq 9$

$$1 \leq a \leq 9, \text{ то } 2 \leq b+a \leq 18 \Rightarrow k=1$$

Тогда выпишем все возможные пары чисел a и b

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
b	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Один столбец соответствует одной паре

1 19c

c	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$(abc) \% 10$	9	8	7	6	5	4	3	2	1

$(abc) \% 10$ должно быть равно a , тогда нам подходит только число 199

Проверим, выполняется ли условие для b

$$(ab+bc+ac) \% 10 = (9+81+9) \% 10 = 9 \Rightarrow \text{подходит}$$

Аналогично для остальных случаев

Тогда 199 подходит по все условия

2 28c

c	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$(abc) \% 10$	6	<u>2</u>	8	4	0	6	<u>2</u>	8	4
$(ab+bc+ac) \% 10$		6					6		

X

X

3 $\overline{37c}$

c	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$(abc)\%10$	1	2	<u>3</u>	4	5	6	7	8	9
$(ab+bc+ac)\%10$			1						

X

4 $\overline{46c}$

c	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$(abc)\%10$	<u>4</u>	8	2	6	0	<u>4</u>	8	2	6
$(ab+bc+ac)\%10$	4					4			

X X

5 $\overline{55c}$

c	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$(abc)\%10$	<u>5</u>	0	<u>5</u>	0	<u>5</u>	0	<u>5</u>	0	<u>5</u>
$(ab+bc+ac)\%10$	5		5		5		5		5

~~5~~ V V V V V

6 $\overline{64c}$

c	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$(abc)\%10$	4	8	2	<u>6</u>	0	4	8	2	<u>6</u>
$(ab+bc+ac)\%10$				4					4

V V

7 $\overline{73c}$

c	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$(abc)\%10$	1	2	3	4	5	6	<u>7</u>	8	9
$(ab+bc+ac)\%10$							1		

X

8 $\overline{82c}$

c	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$(abc)\%10$	6	2	<u>8</u>	4	0	6	2	<u>8</u>	4
$(ab+bc+ac)\%10$			6					6	

X X

9 91c

c	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$(abc)\%10$	<u>9</u>	8	7	6	5	4	3	2	1
$(ab+bc+ac)\%10$	9								

X +

Вписав все подходящие варианты из каждого пункта, получили ответ 199, 551, 553, 555, 557, 559, 644, 649

Задача 4

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z) \quad x, y, z - \text{натуральные}$$

$$\frac{2^{xy}}{2^{x+y}} = \frac{(x+y+z)}{z} \quad (z \neq 0 \text{ по условию } 2^{xy} \neq 0)$$

$$2^{xy-x-y} = \frac{x+y}{z} + 1$$

$$2^{(x-1)(y-1)-1} = \frac{(x-1)+(y-1)+2}{z} + 1$$

Пусть $n = x-1$, $m = y-1$, n, m - целые, неотрицательные

$$2^{nm-1} = \frac{n+m+2}{z} + 1$$

$$2^{nm-1} - 1 = \frac{n+m+2}{z}$$

$$z = \frac{n+m+2}{2^{nm-1} - 1}$$

$$2^{nm-1} - 1 \neq 0 \Rightarrow 2^{nm-1} \neq 1 \Rightarrow nm \neq 1$$

1) $nm = 2$

Поскольку n, m - целые, неотр., то или $\begin{cases} n=2 \\ m=1 \end{cases}$, или $\begin{cases} n=1 \\ m=2 \end{cases}$

$$n+m+2 = 5$$

$$2^{nm-1} - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$z = \frac{5}{1} = 5$$

Отсюда подходят тройки $(3, 2, 5)$, $(2, 3, 5)$

$$2 \quad n m = 3$$

$$\text{Тогда } \begin{cases} n=1 \\ m=3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} n=3 \\ m=1 \end{cases}$$

$$n+m+2=6$$

$$2^{nm-1} - 1 = 3$$

$$z = \frac{6}{3} = 2$$

Отсюда подходят тройки $(2, 4, 2), (4, 2, 2)$

$$3 \quad n m = 4$$

$$\text{Тогда } \begin{cases} n=1 \\ m=4 \end{cases}, \text{ или } \begin{cases} m=1 \\ n=4 \end{cases}, \text{ или } \begin{cases} n=2 \\ m=2 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} n=2 \\ m=2 \end{cases}$$

$$n+m+2=6$$

$$2^{nm-1} - 1 = 7$$

$$z = \frac{6}{7} - \text{не целое} \rightarrow \text{X}$$

$$2) \begin{cases} n=1 \\ m=4 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} n=4 \\ m=1 \end{cases}$$

$$n+m+2=7$$

$$2^{nm-1} - 1 = 7$$

$$z = \frac{7}{7} = 1$$

Отсюда подходят тройки $(2, 5, 1), (5, 2, 1)$

$$4 \quad n m = 5$$

$$\text{Тогда } \begin{cases} n=1 \\ m=5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} n=5 \\ m=1 \end{cases}$$

$$n+m+2=8$$

$$2^{nm-1} - 1 = 17$$

$$z = \frac{8}{17} - \text{не целое} \rightarrow \text{X}$$

Далее знаменатель будет всегда больше числителя и число z не будет целым (функции возрастают, степенная растёт быстрее)

показательная

Ответ $(3, 2, 5), (2, 3, 5), (2, 4, 2), (4, 2, 2),$
 $(2, 5, 1), (5, 2, 1)$

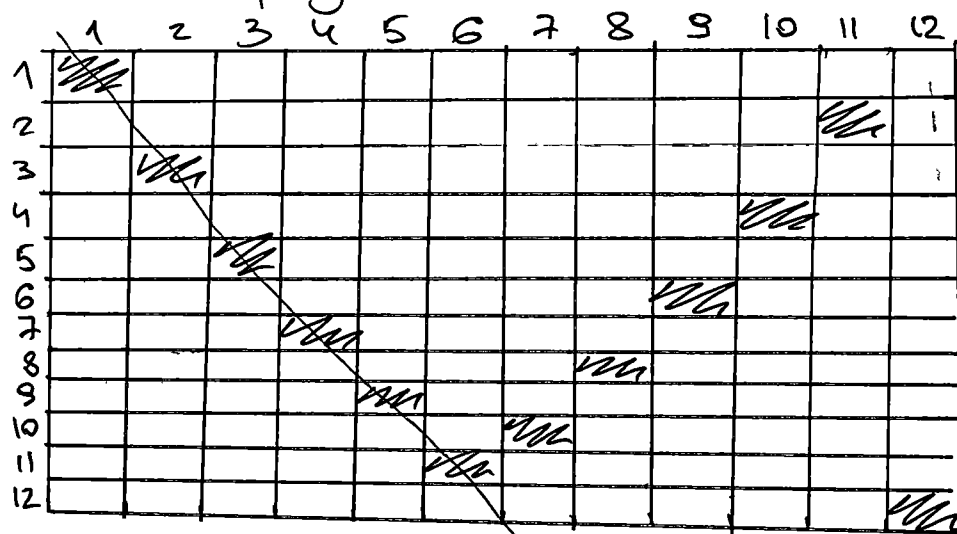
Задание 5

Витя сможет осуществить свою задумку, если будет выбирать следующим образом

1. Выбрать клетку $(1, 1)$
2. Выбрать клетку $(2, n-1)$

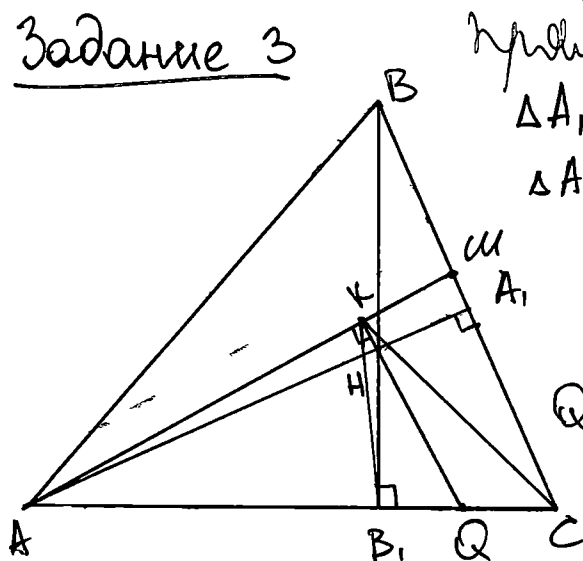
k Выбрать клетку $(k, \frac{k+1}{2})$, если $k \leq \frac{n}{2}$, или $(k, n - \frac{k}{2})$ иначе
 n Выбрать клетку (n, n)

Таким образом



Несомненно заметить, что при таком выборе клеток в каждой строке и в каждом столбце одна выбранная клетка, а в каждой диагонали (и на любой прямой) не более 3 выбранных клеток

Задание 3



прямая

$\Delta A, MN$ — п/у ($\angle HAM = 90^\circ$ тк AA_1 — высота) }
 $\Delta A, MN$ вписан в ω } $\Rightarrow$

$\Rightarrow NM$ — диаметр ω

$K \in \omega \Rightarrow \Delta KMN$ вписан в ω } $\Rightarrow \angle HKM = 90^\circ$

$Q = HK \cap AC = Q$

Задание 2

Нет, так случиться ^{неверно} не может

Потому что за 5 ходов нельзя выбрать такое множество пар, чтобы нельзя было выбрать еще 4 непересекающихся пар

Если ребро в графе будет означать, что игроки в вершинах были в паре

Ребер в полном графе $\frac{8 \cdot 7}{2} = 28$

Ребер было выбрано за 5 игр, $5 \cdot 4 = 20$ есть еще 8 ребер, и из каждой вершины ровно по 2, тогда можно выбрать 4 непересекающихся ребра
