



1302551614763

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия П О Р О Ш И Н

Имя А М И Т Р И Й

Отчество А Л Е К С Е Е В И Ч

Дата рождения 2 4 0 8 2 0 0 7

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория И 4 0 5

Телефон 8 9 0 0 5 2 2 9 0 5 7

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



1302551614763

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс

- ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	20	—	12	—					
Балл члена жюри №2	0	20	—	8	—					

Итоговый балл

30

Подпись

члена жюри №1

Подпись

члена жюри №2

Пример

заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№1

$\overline{abc}$ - число, где a - число в разряде сотен, $a \neq 0$, $a \in \{1, \dots, 9\}$ a - число от 1 до 9
 b - в разряде десятков b, c - числа от 0 до 9
 c - в разряде единиц

Запишем условие по mod 10, тогда сами числа a, b, c не нужны (они от 0 до 9),
 а в результате операций будем получать последнюю цифру

$$\begin{aligned} (1) - c &= a + b + c \pmod{10} \\ (2) - b &= ab + bc + ca \pmod{10}, \\ (3) - a &= abc \pmod{10} \end{aligned}$$

из (3) $\Rightarrow \{0\} \nsubseteq \{a, b, c\}$, т.к. иначе $abc = 0 \pmod{10}$
 значит $a \neq 0$, что верно.

$$\begin{aligned} (1) \quad c &= a + b + c \pmod{10} \\ a + b &= 0 \pmod{10} \Rightarrow (a + b) \mid 10 \\ a, b &\in [1, 9] \Rightarrow a + b = 10 \\ a, b &\in \mathbb{N} \end{aligned}$$

частичное предположение

$$\begin{aligned} (1) \quad a &= abc \mid a (a \neq 0) \pmod{10} \\ bc &= 1 \pmod{10} \\ bc &\in \{1, 9\} \\ gc &= 1 \pmod{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad b &= ab + (a + b)c \pmod{10} \\ b &= ab + 10c \pmod{10} \\ b &= ab \mid b \neq 0 \pmod{10} \\ a &= 1 \pmod{10} \\ a &\in [1, 9] \\ a &\in \mathbb{N} \end{aligned}$$

можно если b и 10 взаимно просты $\Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = 9$

Рассмотрим числа на множестве, среди них должна быть 9, чтобы "с" было натуральным
 Единственный вариант $gc = 91 \Rightarrow c = 9$
 Получим единственную тройку чисел $a=1, b=9, c=9$

- или $gc = 1 \pmod{10}$
 $c \in [1, 9]$
 $c \in \mathbb{N}$
- $gc = 1 \quad (1 \ 1) \ominus$
 - $gc = 11 \quad (1 \ 11) \ominus$
 - $gc = 21 \quad (1 \ 21) \ominus$
 - $gc = 31 \quad (1 \ 31) \ominus$
 - $gc = 41 \quad (1 \ 41) \ominus$
 - $gc = 51 \quad (1 \ 51) \ominus$
 - $gc = 61 \quad (1 \ 61) \ominus$
 - $gc = 71 \quad (1 \ 71) \ominus$
 - $gc = 81 \quad (1 \ 81) \ominus$
 - $gc = 91 \quad (1 \ 91) \ominus$

Проверка
 перебор не полный, найден не все случаи
 ответ 199

$a=1, b=9, c=9$

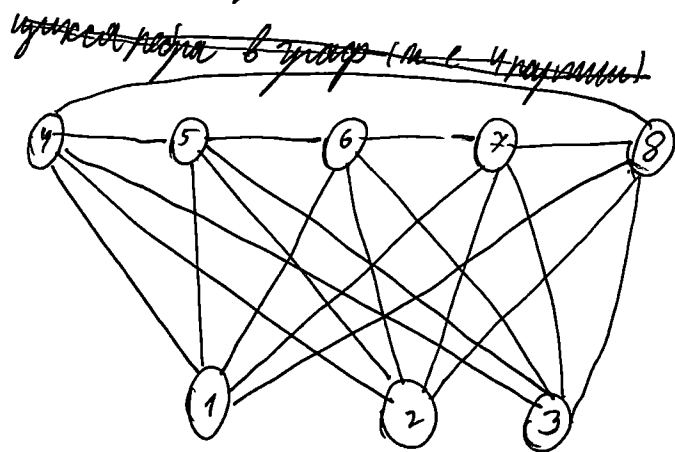
$$\begin{aligned} (1) \quad 1 + 9 + 9 &= 19 \quad c=9 - \text{верно} \\ (2) \quad 9 + 81 + 9 &= 99, b=9 - \text{верно} \\ (3) \quad 199 &= 81, a=1 - \text{верно} \end{aligned}$$

№2

Представим мушкетера в виде графа, где вершины - личности, а ребра - партии, т.е. если вершины A и B соединены, то A и B были с B .

(r2) продолжение

Пожалуй obvious, если уже было проведено 5 туров, то у каждой вершины выходит 5 ребер, может так у каждой вершины есть еще 2, с которыми она не соединена. Мы ~~можем соединить 4 оставшихся~~ возможных ребра.



После 5 туров могла возникнуть ситуация, когда каждый из парей (1-3) сыграл с каждым из парей (4-8), а парей (4-8) сыграл еще по две партии среди групп. Тогда пример верный, док-во приведено

Может 1 может сыграть с 2 или 3

2 с 1 или 3

3 с 1 или 2,

но если, например 1 играет со 2, то для 3 не будет пары в 6 туре, то есть, если сыграть 1-3, то не будет пары для 2 и, если играет 2-3, то пары для 1. Нашим пример, когда

5 туров пройдет, а тестом провести не получится. Ответ да, может

5 туров могут состояться, т.к. в игре $\frac{5 \cdot 8}{2} = 20$ ребер и в котором туре добавляется и.

(r4)

$$2^{xy} \cdot z = 2^{x+y} \cdot (x+y+z) \Big|^{k+y}$$

Опметим симметрично x и y в уравнении (*)

$$2^{xy-(x+y)} z = x+y+z$$

1) Если $2^{xy-(x+y)} = 1$

$$xy = x+y$$

$$(x-1)(y-1) = 1$$

$x, y \in \mathbb{N}$, тогда $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ — единственное

$$2^4 \cdot z = 2^4 (x+y+z)$$

$$z = 4+z$$

$$0 = 4 \quad ? - \text{против}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases} - \text{невозможно}$$

2) $xy - (x+y) > 0$

$$(x-1)(y-1) > 1$$

верно для любых N , кроме

$x \neq 1$ или $y \neq 1$, ввиду $x \neq 1$, тогда

$$z = 2(2+z)$$

$$z = -4 \in \mathbb{N}, \quad ? - \text{против}$$

$$3) \quad 2^{xy-(x+y)} \geq 2$$

$$2^{xy-(x+y)} \cdot z = x+y+z$$

Идем mod z

$$x+y+z \equiv 0 \pmod{z} \Rightarrow x+y \equiv -z \pmod{z} \Rightarrow x+y \equiv 0 \pmod{z}, \text{ пусть } x+y = kz$$

$$2^{xy-kz} \cdot z = (k+1)z \mid z \in \mathbb{N}$$

$$2^{xy-kz} = k+1$$

2, тогда пусть $k = 2^t - 1$

$$2^{xy-kz} = 2^t$$

$$xy - kz = t$$

$$\oplus \begin{cases} xy - (2^t - 1)z = t \\ x+y = (2^t - 1)z \end{cases}$$

$$xy - x - y = t \mid t+1$$

$$(x-1)(y-1) = t+1, \text{ при } t=0 \text{ изучено в [1]}$$

$$z = \frac{x+y}{k}$$

$$t=4$$

$$(x-1)(y-1)=5, k=15$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=6 \\ z=\frac{8}{15} \end{cases}$$

давайте нет числа
1? высоты, т.к. $k=2^t-1 > x+y$
будет число < 1 , т.е. не $\mathbb{N}$

$$\leftarrow 2^t \rightarrow x+y \text{ при } t > 4, \text{ т.е. } x+y \text{ будет}$$

1. Оценка неверная без доказ

2. Рост линейный, на дальнейшие рассужд не повлиял

$$\begin{cases} (t+1)+2=t+3 \\ (t+3)'=1 \end{cases}$$

растет быстрее, особенно с ростом t

$$t=1$$

$$(x-1)(y-1)=2, k=2^1-1=1$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=5 \end{cases}, \text{ ввиду } * \text{ еще } \begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=5 \end{cases}$$

$$t=2$$

$$(x-1)(y-1)=3, k=2^2-1=3$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=4 \\ z=1 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x=4 \\ y=2 \\ z=1 \end{cases}$$

$$t=3$$

$$(x-1)(y-1)=4, k=2^3-1=7$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=5 \\ z=1 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x=5 \\ y=2 \\ z=1 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x=3 \\ y=3 \\ z=\frac{6}{7} \end{cases} \text{ не } \mathbb{N}$$

неверно, так $t+2$ (х = t+2) $y=2$ $z \in \mathbb{N}$
Плюс можно проверить

$$a) (2, 3, 5), (3, 2, 5) \checkmark$$

$$b) (2, 4, 1), (4, 2, 1) \checkmark$$

$$b) (2, 5, 1), (5, 2, 1) \checkmark$$

Грубо говоря, подставив конкретные значения в аск ур, ввиду (*)

4) продолжение

а) (2, 3, 5)

б) (2, 4, 2)

в) (2, 5, 1)

$$2^6 \cdot 5 = 2^5 \cdot 10 - \text{верно}$$

$$2^8 \cdot 2 = 2^6 \cdot 8 - \text{верно}$$

$$2^{10} \cdot 1 = 2^7 \cdot 8 - \text{верно}$$

Ответ (2, 3, 5), (3, 2, 5), (2, 4, 2), (4, 2, 2), (2, 5, 1), (5, 2, 1)

Линия отреза

Бланк ответов

