ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101863322663

Титульный лист

Направление

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия БИКБУЛАТОВА

Имя РЕНАТА

Отчество МАРАТОВНА

Дата рождения 17 04 2008

Город участия УФА

Аудитория 8АКТ

Дата 02 02 2026 **Подпись** Бик

Пример заполнения
АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ
ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101863322663

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия УФА

Заполняется организаторами

Количество доп листов 0

Количество черновиков к проверке 2

Время выхода с до

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	5	0	–					
Балл члена жюри №2	20	0	5	0	–					

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Бланк ответов

№1 $f(\overline{ab}) * f(\overline{bc}) * f(\overline{ca}) = a\,b\,c$, т.е мы берем только по одному числу, которое встречается дважды

если из $f(\overline{ab})$ мы возьмем a, то из $f(\overline{bc})$ остается только вариант b, т.к больше b не встречается, а из $f(\overline{ca})$ соответственно остается c и наоборот, если из $f(\overline{ab})$ берем b значит, берем либо только десятки, либо единицы

в числах $f(\overline{aa})$ можем взять только a

расс-им обратные числа, т.е $f(\overline{ab})$ и $f(\overline{ba})$, чтобы сохранилось выражение $f(\overline{ab})\,f(\overline{bc})\,f(\overline{ca}) = a\,b\,c$, то из чисел $f(\overline{ab})$ и $f(\overline{ba})$ мы можем взять только различные числа, т.е a и b, чтобы в третьем множителе взяли различное число

т.к $a, b, c \neq 0$, но при этом a может быть равно c, или $b = c$, то

$f(\overline{ab})\,f(\underset{\overline{bc}}{\overline{ba}})\,f(\underset{\overline{ca}}{\overline{ab}}) = a\,b\,a$, либо же $f(\overline{ab})\,f(\underset{\overline{bc}}{\overline{ba}})\,f(\underset{\overline{ba}}{\overline{ca}}) = a\,b\,b$

так, в любом случае мы берем лишь ~~обратные~~ разные числа a и b, а потом из оставшегося берем то, которое приравнивалось к c

$f(11)+f(22)+f(33)+\ldots+f(99) = 1+2+3+\ldots+9 = 45.$

$f(\overline{ab})+f(\overline{bc}) = a+b$ V

$f(12)+f(21)+f(13)+f(31)+f(14)+f(41)+f(15)+f(51)+\ldots+f(19)+f(91)$ получается 8 пар, при этом сумма чисел каждой последующей пары на 1 больше

тогда $\frac{3+10}{2}\cdot 8 = 13\cdot 4 = 52$

$f(23)+f(32)+f(24)+f(42)+f(25)+f(52)+\ldots+f(29)+f(92)$ получим уже на 1 пару меньше, т.е 7 пар, по им $a_1=5$, $a_7=11$, - арифм прогрессия

$\frac{5+11}{2}\cdot 7 = 7\cdot 8 = 56$

$f(34)+f(43)+\ldots+f(39)+f(93)$ - 6 пар, ~~[illegible]~~ $a_1=7$, $a_6=12$, $\frac{7+12}{2}\cdot 6 =$
$= 19\cdot 3 = 57$

$f(45)+f(54)+f(46)+f(64)+\ldots+f(49)+f(94)$ 5 пар, $a_1=9$, $a_5=13$, $\frac{9+13}{2}\cdot 5 =$
$= 55$

$f(56)+f(65)+f(57)+f(75)+\ldots+f(59)+f(95)$ = 4 пары, $a_1=11$, $a_4=14$, $\frac{11+14}{2}\cdot 4 =$
$= 25\cdot 2 = 50$

$f(67)+f(76)+f(68)+f(86)+f(69)+f(96)$ 3 пары $13+14+15=42$

$f(78)+f(87)+f(79)+f(97)=15+16=31$

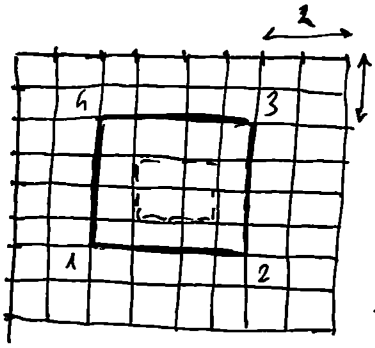
$f(89)+f(98)=9+8=17$

$\underbrace{45+52+56}_{150}+57+55+50+42+31+17=150+100+50+57+31+17=300+105$
$=405$

Ответ 405 +

№3 макс мы можем оставлять лишь квадрат 2×2, т.к S фигуры 5 клеток

тогда оставим по 2 клетки с каждой стороны и получим квадрат 4×4

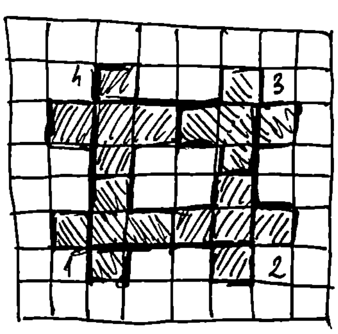


теперь нужно расположить кресты так, чтобы в оставленной области кресты не могли получиться

Заметим, что мы можем получить кресты в точках 1, 2, 3, 4 если там будут находиться их центры

значит в точках около цифр необходимо разместить часть крестов так, чтобы их центр был в области 4×4

тогда единств вариант расположить крестов в углах области квадрата 4×4, при этом внутри области также нельзя допустить крест, но можно оставить квадрат 2×2 по середине



получаем, что ~~максимум~~ миним кол-во квадратов 4

описано построение примера

Ответ: 4 +

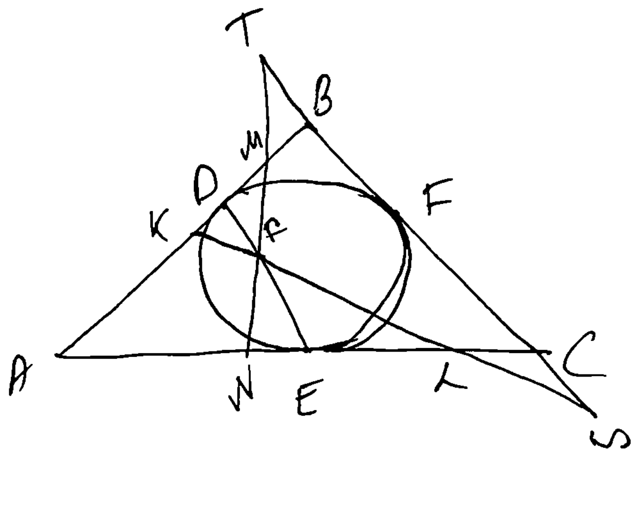
№4 Дано: $\triangle ABC$ - р/с, $l_1 \perp l_2$

$BS=CT$

Док-ть $MK+LN=ST$

Док-во $BS=CT$, т.к $BS=BC+CS$

$CT=CB+BT$, то $CS=BT$



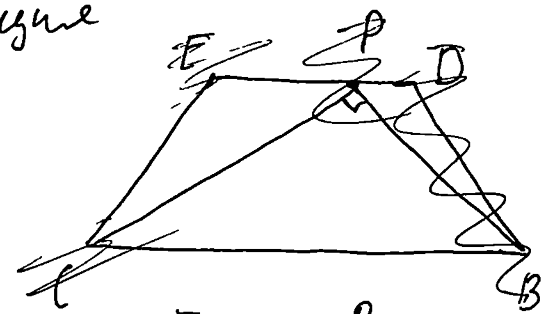
т.к $\triangle ABC$ - р/с, то $\angle A=\angle B=\angle C=60°$

расс-им $\triangle ADE$ т.к AD и AE - касат из одной точки, то $AD=AE$

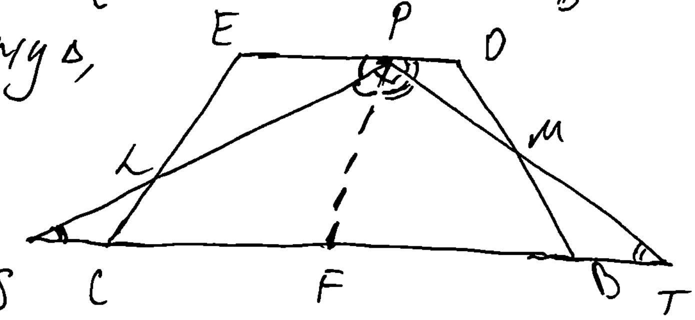
а т.к $\angle A=60°$, то $\triangle ADE$ - р/с, тогда $\angle ADE=\angle DEA=60°$

т.к $AB=BC$, то $AD+DB=AE+EC$, а т.к $AD=AE$, то $BD=EC$, $BD=BF$, $EC=FC$ как касат из одной точки, тогда $BF=FC$

т к $\angle ADE = 60^\circ = \angle ABC$, то $DE \parallel BC$, отсюда $BDEC$ – трапеция,
а т к $BD = EC$, то $BDEC$ – р/б трапеция
т к $l_1 \perp l_2$, то $\angle CPB = 90^\circ$



т к F – сер BC, то F – сер TS, т к $SC = BT$,
тогда в прямоугольном $\triangle SPT$
PF – медиана, по св-ву PF – медианы в п/у $\triangle$,
$PF = \frac{1}{2} ST$, тогда $PF = SF = FT$



тогда $\angle TSP = \angle SPF$; $\angle FPT = \angle PTF$
т к $CEDT$ – трапеция, то $ED \parallel ST$,
тогда $\angle PST = \angle SPE$ как накрест-лежащие
$\angle DPT = \angle PTF$ как накрест-лежащие
т к $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ по 2 углам, $DE \parallel BC$, а $AD = \frac{1}{2} AB$, т к $AD = DB$, то
$DE = \frac{1}{2} BC$, а $FB = BD$, то $DE = DB = CE$, а т к $PF \neq \frac{1}{2} BC$, то
$PF = DE = CE = BD$

существенных продвижений нет

Максим и Дима действуют не сообща
№2 макс кол-во клеток змейка может съесть 8, тогда ей нужен
квадрат 4×5, тогда т к доска 2025×2025, то в длину мы сможем
расположить 506 квадратов со стороной 4, а в ширину 405 со стороной
5. Предположим, что т к Ребята заведомо пытаются победить, они
будут пытаться сокращать кол-во возможных ходов, то они будут пытаться сокращать кол-во
клеток для хода другого, тогда всего ~~квадратов~~ прямоугольников будет 405×506
т е четное число, а затем, что при разбиении доски на ~~квадраты~~
прямоугольники получим ещё одну оставшуюся полосу клеток из 506 клеток
куда такие может разместить 63 змеи, тогда всего можно будет
нечетное кол-во змей, значит выиграет тот, чей ход будет первым

Ответ: Дима

Линия отреза

Бланк ответов