ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101910396023

Титульный лист

Направление

- ☐ анализ данных
- ☐ информатика
- ☐ история
- ☒ математика
- ☐ обществознание
- ☐ русский язык
- ☐ физика
- ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Фамилия ПЕРЕВАЛОВ

Имя КИРИЛЛ

Отчество МИХАЙЛОВИЧ

Дата рождения 14 07 2009

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 627

Дата 02 02 2026 **Подпись** К Дор

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101910396023

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов ☐☐ Количество черновиков к проверке ☐☐

Время выхода с ☐☐ ☐☐ до ☐☐ ☐☐

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	–	20	–					
Балл члена жюри №2	20	20	–	20	–					

Итоговый балл 60

Подпись члена жюри №1 тт

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Бланк ответов

№ 1

1) Нам известно, что функция f двухзначного числа равна одной из цифр данного числа
⇒ $f(\overline{aa}) = a$ То есть f от двухзначного числа, состоящего из 2-х одинаковых цифр равна цифре, из которой состоит это число ⇒ мы можем сказать, что $f(\overline{aa})$ равна первой цифре числа $\overline{aa}$

2) Известно, что для 3-х натуральных цифр a, b, c верно: $f(\overline{ab})\ f(\overline{bc})\ f(\overline{ca}) = abc$

Рассмотрим такое c, что $c = a$.
Тогда сделаем замену

~~$f(\overline{ab})\ f(\overline{bc})\ f(\overline{ca}) = abc$~~

$f(\overline{ab})\ f(\overline{ba})\ f(\overline{aa}) = aba$

$f(\overline{aa}) = a$ из п 1

$f(\overline{ab})\ f(\overline{ba})\ a = a^2b$ | :a, т.к. $a \neq 0$

$f(\overline{ab})\ f(\overline{ba}) = ab$

f равна одной из цифр этого числа
⇒ у нас есть 2 в значений $f(\overline{ab})$, $f(\overline{ba})$, чтобы $f(\overline{ab})\ f(\overline{ba}) = ab$

1) $f(\overline{ab}) = a$
$+$
$f(\overline{ba}) = b$
$f(\overline{ab}) + f(\overline{ba}) = a+b$

2) $f(\overline{ab}) = b$
$+$
$f(\overline{ba}) = a$
$f(\overline{ab}) + f(\overline{ba}) = b+a$ ✓ Но в обоих случаях $f(\overline{ab}) + f(\overline{ba}) = a+b$. Продолжение на 2 стр

№1 (программа)

3) Рассмотрим числа от 11 до 99, не содержащие "0". У нас есть 2 вида чисел $\overline{aa}$ и $\overline{ab}$ $(a \neq b)$

Каждому числу ~~в пару чисел~~ $\overline{ab}$ можно в пару найти число $\overline{ba}$ (видно из таблицы)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
2	X								
3		X							
4			X						
5				X					
6					X				
7						X			
8							X		
9								X	
1									X

Из п 2 $f(\overline{ab}) + f(\overline{ba}) = a+b$ $(a \neq b)$ $\Rightarrow$ сумма чисел $\overline{ab}$ и $\overline{ba}$ равна сумме цифр этих чисел $(a \neq b)$. Для этого чтобы найти сумму $\overline{ab}$ и $\overline{ba}$ мы можем просто сложить их первые цифры

4) Из п 1 $f(\overline{aa})$ равна 1 цифре этого числа, $f(\overline{ab}) + f(\overline{ba})$, равна сумме ~~цифр~~ 1-х цифр чисел $\overline{ab}$ и $\overline{ba}$ $\Rightarrow$

~~сумма~~ $f(11) + f(19) + f(21) + \dots + f(29) + \dots + f(91) + \dots + f(99)$ равно сумме ~~цифр~~ 1-х цифр чисел от 11 до 99, не ~~совпадающих~~ ~~по первой~~ включающих нули.

11,12 ... 19 – 1 цифра "1"
(9 чисел)

21,22, ... 29 – 1-я цифра "2"
(9 чисел)

31,32, ... 39 – 1-я цифра "3"
(9 чисел)

⋮

– 1-я цифра "9"

91,92, ... 99
(9 чисел)

$\Rightarrow$ ~~у нас 9~~

$f(11) + f(19) + f(21) + \dots + f(29) + \dots + f(91) + \dots + f(99) =$

$= 9(1+2+3+4+5+6+7+8+9) =$

$= 9 \cdot 45 = 405$

Ответ 405

(+)

Линия отреза

Бланк ответов

№ 4

Дано

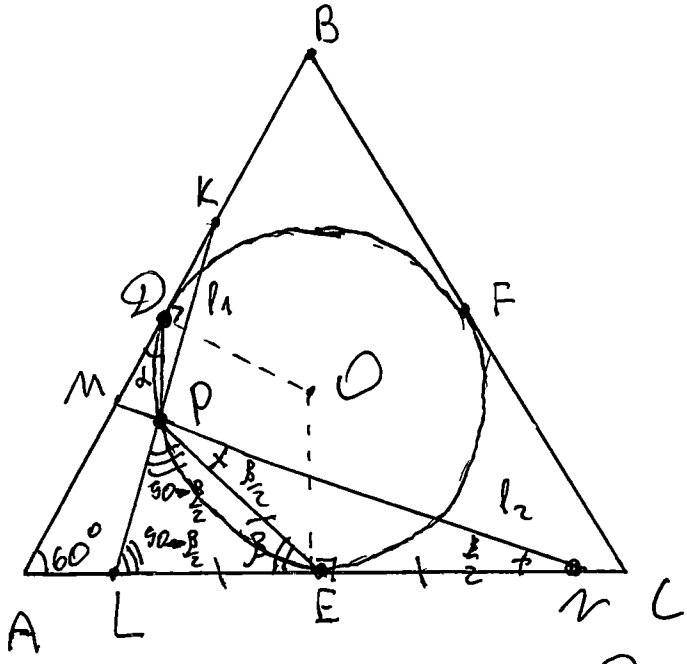
$\triangle ABC$ - р/с

$AM = BK$

$KL \perp MN$

D - т/в

$AL = CN$



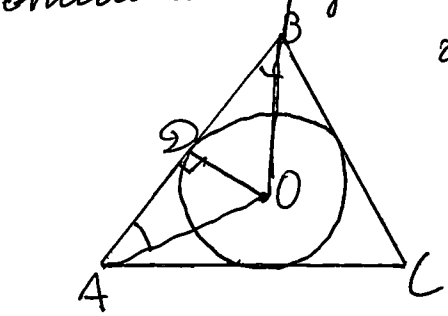
D - в/о

1) $KL \perp MN \Rightarrow \angle KPM = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle KPM$ - прям

2) ~~$AM = BK$ по усл~~ Рассмотрим р/с $\triangle$ в который впис окр-ть D, O - т/п

Пусть т O - ц окр-ти



$\angle B = \angle ABC$

$\triangle ABC$

$\Rightarrow$ ~~$\angle ABO = \angle OBC = \frac{\angle ABC}{2} =$~~

$= \frac{60}{2} = 30^\circ$ т.к в р/с $\triangle$ все $\angle$ 60°

$\angle DAO = \angle OAC = \frac{\angle BAC}{2} = \frac{60}{2} =$

$= 30^\circ$

$\Rightarrow \angle ABO = \angle DAO = 30^\circ \Rightarrow \triangle AOB$ - р/б

$DO \perp AB$ т.к DO - радиус и касат $\Rightarrow DO$ высот в р/б $\triangle$

$\Rightarrow DO$ - медиана в $\triangle AOB$ $\Rightarrow AD = DB \Rightarrow$ В р/с $\triangle$ ~~касательные~~ окружности делят стороны $\triangle$ точками касания пополам

$\Rightarrow$ ч.т.д.

3) Из п 2 $AD = DB$

Из ~~п 1~~ $AM = KB$ по усл

$MD = AD - AM = DB - KB = DK$

Из т 1 $\triangle MPK$ - прям $\Rightarrow DP$ - медиана в прям $\triangle$

$\Rightarrow DP = \frac{MK}{2} = MD = DK$ ~~Что и требовалось доказать~~ Продолжение на след стр

№4 (продолжение)

4) $DP = DK$ из п 3 $\Rightarrow \triangle DPK$ - р/б ✓

Пусть $\angle MDP = \alpha$

$\angle PDK = 180 - \angle MDP = 180 - \alpha$ т к смежные

$\triangle DKP$ - р/б $\Rightarrow \angle DPK = \angle PKD = \frac{180 - \angle PDK}{2} = \frac{180 - 180 + \alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}$ ✓

из $\triangle AKL$ по т о сумме углов $\angle KAL + \angle AKL + \angle KLA = 180^\circ$

$\angle KAL = 60^\circ$ т к $\triangle ABC$ - р/с по усл

$\angle ALK = 180 - \angle AKL - \angle KAL = 180 - \frac{\alpha}{2} - 60 = 120 - \frac{\alpha}{2}$ ✓

(1). $\angle KLN = 180 - \angle ALK = 180 - 120 + \frac{\alpha}{2} = 60 + \frac{\alpha}{2}$ т к смежные ✓

5) Пусть $\angle PEA = \beta$

из п 4 $\angle MDP = \alpha$

по т о $\angle$ между хордой и касат $\angle PEL = \frac{1}{2} \cup PE$ и $\angle MDP = \frac{1}{2} \cup DP$ ✓

$\angle PEL + \angle MDP = \alpha + \beta = \frac{1}{2} \cup PE + \frac{1}{2} \cup DP = \frac{1}{2} \cup DE$ ✓

6) $OD \perp AB$ т к OD радиус и касат AB ✓

$OE \perp AC$ т к OE радиус и касат AC ✓

$\Rightarrow \angle ADO = 90^\circ$ и $\angle AEO = 90^\circ$

Сумма $\angle$ в ч-ке $360^\circ \Rightarrow \angle DOE = 360 - \angle ODA - \angle OEA - \angle DAE =$

$= 360 - 90 - 90 - 60 = 120^\circ$ ✓

$\angle DOE$ - центр. $\angle$ опир на $\cup DE \Rightarrow \cup DE = \angle DOE = 120^\circ$ ✓

7) из п 5 $\alpha + \beta = \frac{1}{2} \cup DE = \frac{120}{2} = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 60 - \beta$ ✓

~~$\angle ALK = 120 - \frac{\alpha}{2} = 120 - \frac{60 - \beta}{2} = 60 + \frac{\beta}{2}$~~

из (1). $\angle KLN = 60 + \frac{\alpha}{2} = 60 + \frac{60 - \beta}{2} = 90 - \frac{\beta}{2}$ ✓

из т о $\angle$ между хордой и касат $\angle PLE$

$\angle LPE = 180 - \angle PLE - \angle LEP = 180 - 90 + \frac{\beta}{2} - \beta = 90 - \frac{\beta}{2} = \angle PLN$ ✓

$\Rightarrow \triangle LPE$ - р/б $\Rightarrow PE = LE$

$\angle LPN = 90^\circ$ т к $MN \perp KL$ по усл $\Rightarrow \triangle LPN$ - прямоуг

$\angle EPN = \angle LPN - \angle LPE = 90 - 90 + \frac{\beta}{2} = \frac{\beta}{2}$ $\Rightarrow$ т к $\angle EPN = \angle LNP$ ✓

в прямоуг $\triangle$ сумма $\angle$ 90° $\Rightarrow \angle LNP = 90 - \angle PLN = 90 - 90 + \frac{\beta}{2} = \frac{\beta}{2}$ $\Rightarrow \triangle PEN$ - р/б

$LN \Rightarrow PE = EN$

$PE = LE$

$EN = LE$ $\Rightarrow AL = AE - LE = EC$

$AE = EC$ по п 2

продолжение на след стр

Линия отреза

Бланк ответов

№4 (продолжение)

8) из п 7 $\begin{matrix} PE=EN \\ PE=LE \end{matrix} \Big| \Rightarrow EN=LE$ ✓

по п 2 $AE=EC$ ✓

$AL=AE-LE=EC-EN=NC$ ЧТД ✓

№2

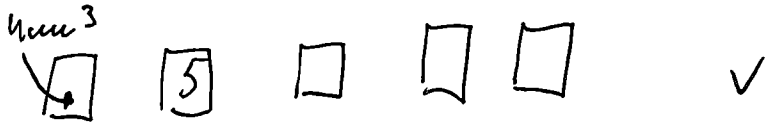
Шаг первый

1) Сначала участнику нужно спросить сумму монет в первых 2-х мешочках. Рассмотрим какая может быть эта сумма в зависимости от расположения 5 золотых монет. В любых 2-х соседних мешочках кол-во золотых монет может отличаться не более чем на 2 $\Rightarrow$ С 5 золотыми монетами не могут быть только 4 золотых монеты и 3 золотых монеты

1) Если 5м в 1 мешке Сумма в первых 2-х равна 5

$S=5+4=9$ или $S=5+3=8$

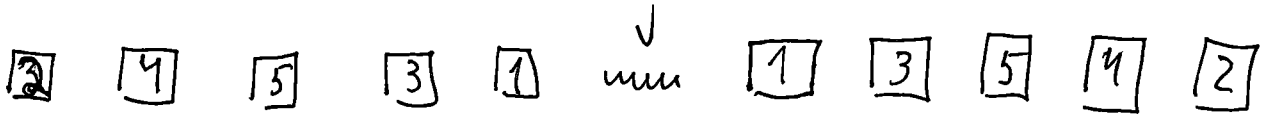
2) Если 5м во 2 мешке



✓

$S=5+4=9$ или $S=5+3=8$

3) Если 5м в 3 мешке

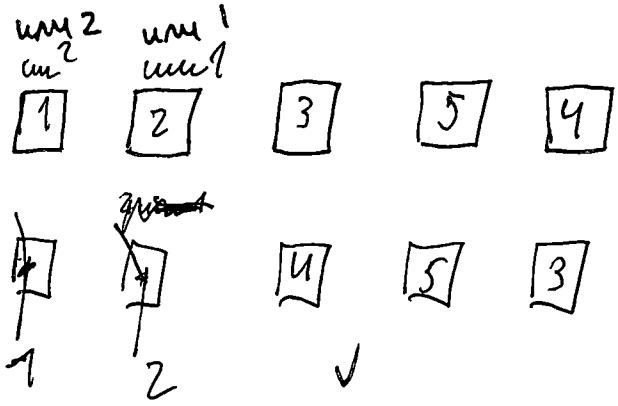


✓

$S=2+4=6$ или $S=1+3=4$ Другие варианты не возможны, т.к. если с 4 будет 1 или с 3 будет 2, то не будет 5 продолжение на след стр

выполнимых условие про то, что в соседних мешочках кол-во монет отличается не более чем на 2

4) Если 5 может в 4-м мешочке



$S = 1+2 = 3$

5) Если 5 может в 5-м мешочке, то у нас S будет только
меньше 8, т к 8 дает 5 в цифре 3 или 4 ✓

2 ШАГ

2.1) Если $S=8$ или $S=9$. То надо спросить кол-во монет в 1-м мешке Если это 5, то 5 в 1-м мешке, если же не 5, то 5 во 2-м мешке ✓

2.2) Если $S<8$, то спрашиваем кол-во монет в последнем мешке (в пятом) Если это 5, то 5 может в 5-м мешке Если это 1 или 2, то смотрим на случай, когда $S=4$ или $S=6$, и понимаем, что 5 может в 3-м мешке ✓

Если же это 3 или 4, то смотрим на случай, ✓ когда $S=3$ и понимаем, что 5 лежит в 4-м мешке

Пользуясь данным алгоритмом, можно за 2 попытки определить в каком мешке лежит 5 монет

⊕