ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101974314947

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ПОЗДИН

Имя ДМИТРИЙ

Отчество ИВАНОВИЧ

Дата рождения 26 07 2008

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория ФТ425

Дата 02 02 2026 **Подпись**

Пример заполнения
АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ
ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101974314947

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов ☐☐ Количество черновиков к проверке ☐☐

Время выхода с ☐☐ ☐☐ до ☐☐ ☐☐

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	8	5	–	0					
Балл члена жюри №2	20	8	5	–	0					

Итоговый балл 33

Подпись члена жюри №1 Арх-

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Бланк ответов

№1

Пусть есть цифры p и k тогда $f(\overline{pk}) = p$ или k (по условию)

Также $f(\overline{ab})\ f(\overline{bc})\ f(\overline{ca}) = abc$

Рассмотрим два случая

1) если $f(\overline{ab}) = a$

тогда $f(\overline{bc}) = b$ или $f(\overline{bc}) = c$, ~~ка~~ но так как в ~~левой~~ правой части стоит множитель b, а $f(\overline{ca}) = c$ или a

значит подходит только случай $f(\overline{bc}) = b$, тогда оставшийся $f(\overline{ca}) = c$, значит если мы возьмем любую тройку ~~чисел~~ ~~цифр a, b, c~~ чисел $\overline{ab}$, $\overline{bc}$ и $\overline{ca}$ всегда будем получаться значение функции равно ~~**~~ количеству десятков числа

Не доказано

(т.к. верно для какой-то части, верно любые два других)

$f(11) = f(12) = f(13) = \quad = f(19) = 1$

$\cancel{f(20)} = f(21) = f(22) = \quad = f(29) = 2$

$\cancel{f(30)} = f(31) = f(32) - \quad f(39) = 3$

$\vdots$

$\cancel{f(90)} = f(91) = f(92) = f(99) = 9$

в каждой группе по $\overset{9}{\cancel{10}}$ чисел значит сумма равна

$f(11) + f(12) + \ldots + f(19) + \quad + f(99) = \overset{9}{\cancel{10}}(1 + 2 + 3 + \quad + 9) = \cancel{450}$ 405

2) если $f(\overline{ab}) = b$

аналогично первому случаю получаем $f(\overline{ab}) = b \Rightarrow f(\overline{bc}) = c$

$\Rightarrow f(\overset{\overline{ca}}{\cancel{\overline{bc}}}) = a$ получаемая функция всегда будет выдавать значение количество единицу (аналогично 1 случаю если верно для кого то числа подписан любые два других для них тоже верно

$f(11)+f(21)+f(31)+ \dots +f(91)=1$

$f(12)+f(22)+ \dots f(92)=2$

$f(19)+f(29)+ \dots +f(99)=9$

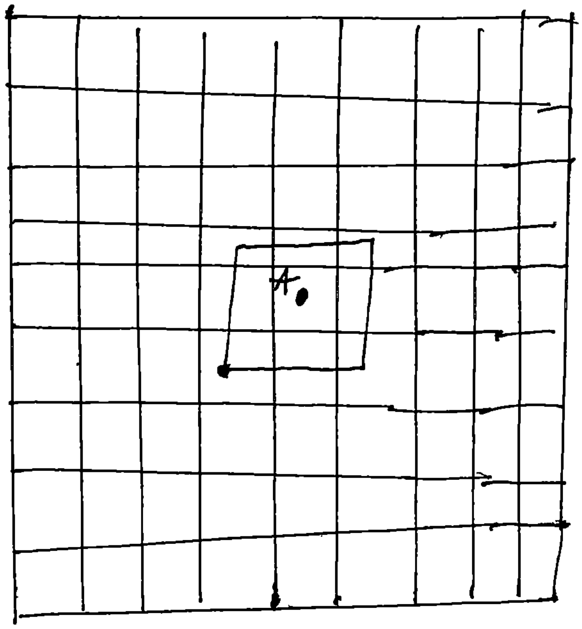
снова получаем

$f(11)+f(12)+f(13)+ \dots +f(99)=\overset{9}{\cancel{10}}(1+2+3+4+ \dots +9)=\overset{405}{\cancel{450}}$

ответ ~~450~~ 405

№2

Рассмотрим произвольную доску $2k+1 \times 2k+1$ при $k \in N$



рассмотрим пересечение $\left[\frac{2k+1}{2}\right]+1$ столбца и $\left[\frac{2k+1}{2}\right]+1$ строки нарисуем змейку вокруг этой точки (ее нарисует Дима) доска будет симметрична относительно ~~то~~ этой точки т.к это центр квадрата, дальше ходит Максим (если это возможно) ~~при любом ходе максима~~ он рисует змейку, а Дима свою

Следующим ходом рисуем такую же змейку симметричную относительно центра квадрата и так далее значит у Димы всегда будет ход Почему? при любой игре Максима. для доски 2025 × 2025 все также работает. ±

Ответ Дима

№3

Ответ 4

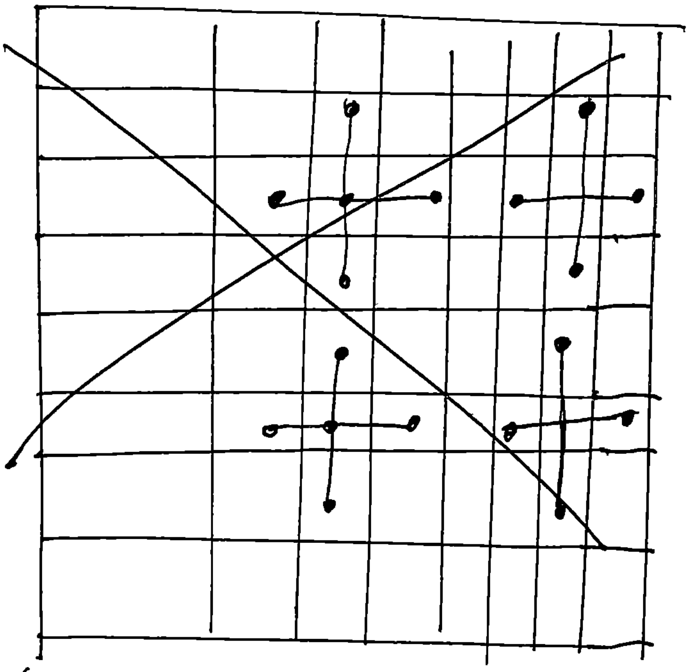
Докажем что ~~меньше 4 крестиков~~ нужно ~~вырезан~~ вырезать хотя бы 4 крестика 1 крестик занимает одно поле 3 × 3, раскрасим доску в 6 цветов:

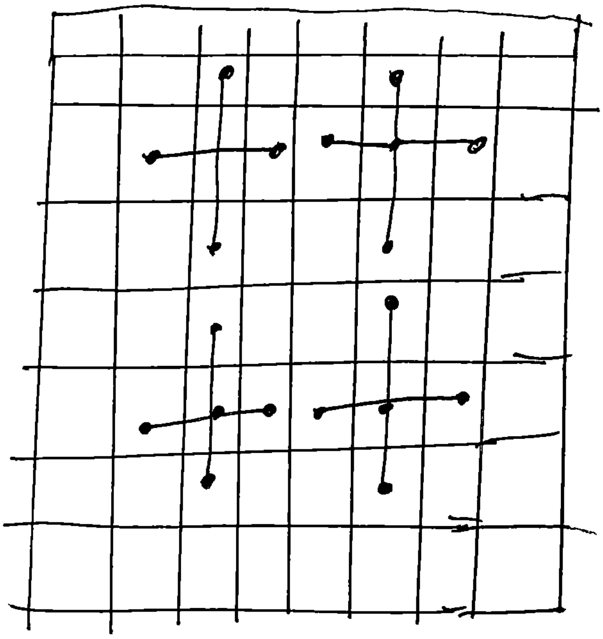
1	2	3	1	2	3	1	2
4	5	6	4	5	6	4	5
7	8	9	7	8	9	7	8
1	2	3	1	2	3	1	2
4	5	6	4	5	6	4	5
7	8	9	7	8	9	7	8
1	2	3	1	2	3	1	2
4	5	6	4	5	6	4	5

Почему, если останутся лишние цвета, но я обязательно смогу добавить еще один квадрат 3×3?

1 ~~крестик~~ квадрата 3 × 3 покрывает все цвета (не пересекающиеся по клеткам) значит будет хотя бы 4 квадрата (т к цвета № 9, 4 ~~шт~~ штуки) в каждом квадрате можно вырезать крестик а значит крестиков ≥ 4

Пример на 4. (~~[illegible]~~ на след стр)



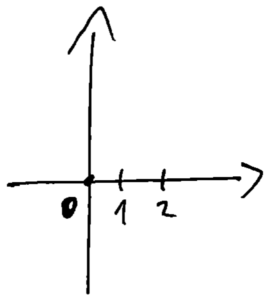


№5

Рассмотрим случай когда $k > 2$:

1) $x_1 \in (0,1)$ $x_2 \in (3,4)$

т.к функция является параболой



$$\begin{cases} f(0) > 0 \\ f(1) < 0 \\ f(2) > 0 \\ 0 < x_0 < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k^2 \cancel{} - 1 < 0 \text{, не верно т.к } k > 2. \\ \cancel{f(1) < 0}\ f(0) > 0 \\ f(2) > 0 \\ 0 < x_0 < 2 \end{cases}$$

нет решений

2) $x_1 \in (0,1)$ $x_2 \in (3,4)$

аналогично 1 получаем систему.

$$\begin{cases} f(0) > 0 \\ f(1) < 0 \\ f(3) < 0 \\ f(4) > 0 \\ 1 < x_0 < 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k > 0 \\ k^2 - 1 < 0 \quad \text{не верно} \\ f(3) < 0 \\ f(4) > 0 \\ 1 < x_0 < 4 \end{cases}$$

нет решений

3) $x_1 \in (0,1)$ $x_2 \in (5,6)$

здесь также будет условие $f(1) < 0$

но $k > 2$

4) $x_1 \in (2,3)$ $x_2 \in (1,2)$

$$\begin{cases} f(1) > 0 \\ f(3) > 0 \\ f(2) < 0 \\ 1 < x_0 < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k > 1 \\ \text{верно при } k > 2 \\ f(2) < 0 \text{ не верно т.к } k > 2. \end{cases}$$

5) $x_1 \in (2,3)$ $x_2 \in (3,4)$

будет условие $f(2) < 0$, но это неверно при $k > 2$

6) $x_1 \in (2,3)$ $x_2 \in (5,6)$

будет условие $f(3) < 0$ которое неверно при $k > 2$

7) $x_1 \in (4,5)$ $x_2 \in (1,2)$

будет условие $f(2) < 0$ которое не верно при $k > 2$

8) $x_1 \in (4,5)$ $x_2 \in (3,4)$

будет условие $f(4) < 0$ не верно при $k > 2$

9) $x_1 \in (4,5)$ $x_2 \in (5,6)$

$f(5) < 0$, при $k > 2$ не верно

теперь рассмотрим случай $k = 2$ уравнение будет линейным значит максимум 1 корень,

2) при $k < 2$.

1) $x_1 \in (0;1)$ $x_2 \in (1;2)$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} f(1) > 0 \\ f(0) < 0 \\ f(2) < 0 \\ 0 < x_0 < 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} k > 1 \quad !! \\ k < 0 \\ f(2) < 0 \\ 0 < x_0 < 2 \end{cases}$$ не верно.

2) $x_1 \in (0,1)$ $x_2 \in (3,4)$

$$\begin{cases} f(0) < 0 \\ f(4) < 0 \\ 0 < x_0 < 4 \\ f(1) > 0 \\ f(3) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k < 0 \\ \\ k > 1 \end{cases}$$ не верно

3) $x_1 \in (0,1)$ $x_2 \in (5,6)$

$f(1) > 0$
$f(0) < 0$ не верно

4) $x_1 \in (2,3)$ $x_2 \in (1,2)$

$$\begin{cases} f(1) < 0 \\ f(3) < 0 \\ f(2) > 0 \\ 1 < x_0 < 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} k < 1 \\ \\ \end{cases}$$ ~~верно при $k < -2$~~ верно при $k > 1$

5) $x_1 \in (2,3)$ $x_2 \in (3,4)$

Остальные случаи разбираются по такому же принципу

А дальше?