ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101953314772

Титульный лист

Направление

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия БУТЕНКО

Имя ИГОРЬ

Отчество АРТЕМОВИЧ

Дата рождения 27 06 2008

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория ФТ-425

Дата 02 02 2026 **Подпись** Бут

Пример заполнения АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101953314772

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	5	0	0					
Балл члена жюри №2	20	0	5	0	0					

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

Линия отреза

Бланк ответов

№1

Из условия что для $\forall a,b,c$, $a\neq0, b\neq0\ c\neq0$ $f(\overline{ab})\ f(\overline{bc})\ f(\overline{ca}) = abc \Rightarrow$
$\Rightarrow f(\overline{xy})\ f(\overline{yx})\ \underbrace{f(\overline{xx})}_{x \text{ из определения } f()} = x^2y \Rightarrow f(\overline{xy}) + f(\overline{yx}) = x+y$ +

~~Во-первых~~, заменим сумму $f(11)+f(22)+\ldots+f(99) = 1+2+\ldots+9 = 45$
Во-вторых, будем группировать числа таким способом, что $f(\overline{xy}) + f(\overline{yx}) = x+y$, например $f(12)+f(21) = 1+2 = 3$, таким образом нам нужно посчитать кол-во ~~чисел~~ цифр(1–9) от 11 до 99 исключая 11, 22, 33, …, 88, 99 и ~~10~~ 20, 30, 40, …, 80, 90)
Чисел с „1" будет 8 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, с „2" тоже 8 21, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29 и т д

$\Rightarrow f(11)+\ldots+f(19)+f(21)+\ldots+f(29)+\ldots+f(91)+\ldots+f(99) = 8\cdot1+8\cdot2+8\cdot3+8\cdot4+8\cdot5+8\cdot6+8\cdot7+8\cdot8+8\cdot9+45 = 8+16+24+32+40+48+56+64+72+45 = \underline{405}$

24 48 80 120 168 224 288 360

Ответ 405

№2

Рассмотрим остаток от деления 2025 на 8
~~Давайте~~ Будем называть четностью ситуацию, когда после хода Димы, который оставил область, куда нельзя поместить змейку с кол-во клеток равным $K<8$

$$\begin{array}{r|l} 2025 & 8 \\ \underline{16} & 253 \\ 42 & \\ \underline{40} & \\ 25 & \\ \underline{24} & \\ 1 & \end{array}$$

$\Rightarrow 2025 \overset{8}{\equiv} 1 \Rightarrow$
$\Rightarrow 2025^2 \overset{8}{\equiv} 1^2 = 1$

Изначальный ост от деления 2025^2 на 8 равен 1 значит, даже при плотном закрытии клеток поля 2025×2025 змейкой, в конце останется 1 клетка < 8 клеток, следовательно тот кто поставил последнюю змейку выиграет Тепер поделим 2025^2 на 8 и получим, что $2025^2 =$
$4100625 = 8\cdot\underbrace{512578}_{\text{четное}}+1$
четное $\Rightarrow$ последним при плотном заполнении будет Максим, так он еще может поддерживать четность, благодаря чему выиграть при любой игре Димы, т.к. $2025^2 \overset{8}{\equiv} 1$, а он(Максим) будет делать последний ход $\Rightarrow$ Дима проиграет

Ответ Максим

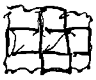
Дима может размещать змеек таким образом, что будет блокировать больше 8 клеток, например

Тогда за 1 ход потеряно 9 клеток, а не 8, и ваш алгоритм сломался

Линия отреза

Бланк ответов

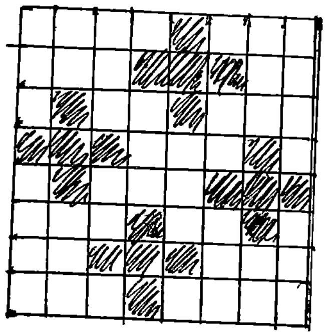
№3 $[c]$ – это целое число, непревосходящая наибольшее c, т.е $[2,3]=2$

 – крестик занимает 5 клеток из 9 в квадрате 3×3,

Таких квадратов в 8×8 всего ~~4~~, т.к по вертикали $[8:3]=2$ и по горизонтали $[8:3]=2$ => всего $2\cdot2=4$, меньше брать нельзя иначе можно будет вписать крестик, т.к появится минимум 1 лишняя клетка + оставшиеся не заполне, т.е кол-во крестов необходимое на то, чтобы покрыть поле 8×8 так, что нельзя было поставить новый крест ≥4, Построим пример для 4

Оценка неверна

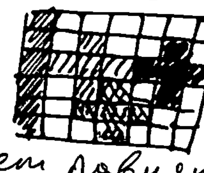
Пример верен



Закрашенная область – это клетки принадлежащие кресту

На рисунке видно, что нельзя больше поставить крестов, следовательно минимальное кол-во крестов, необходимое для решение задачи равно 4

Если бы Ваша логика работала, то для поля 6×6 т.к количество + было бы 4 Но хватит 3х



Ответ: 4

№5

Рассмотрим пограничное значения мн-во, т.е чему будет равняться k, при $x=\{0,1,2,3,4,5,6\}$ $A=(0,1)\cup(2,3)\cup(4;5)$, $B=(1,2)\cup(3,4)\cup(5;6)$

Как это поможет найти k, при которых $x_1\in A$ и $x_2\in B$?

Решается не та задача

$x=0 \Rightarrow k=0$

$x=1 \Rightarrow k-2+k^2-2k+1+k=0 \Rightarrow k^2-1=0 \Rightarrow k=\pm1$

$x=2 \Rightarrow 4k-8+2k^2-\cancel{4k}+2+k=0 \Rightarrow 2k^2+k-6=0$ $\quad \frac{-1\pm\sqrt{1+48}}{4}$ ($\sqrt{\ }=7$) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}k_1=-2\\ k_2=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}\end{array}\right.$

$x=3 \Rightarrow 9k-18+3k^2-6k+3+k=0 \Rightarrow 3k^2+4k-15=0$ $\quad \frac{-2\pm\sqrt{4+45}}{3}$ ($\sqrt{\ }=7$) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}k_1=-3\\ k_2=\frac{5}{3}\end{array}\right.$

$x=4 \Rightarrow 16k-32+4k^2-8k+4+k=0 \Rightarrow 4k^2+9k-28=0$ $\quad \frac{-9\pm\sqrt{81+16\cdot28}}{8}$ ($\sqrt{\ }=23$) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}k=-4\\ k_2=\frac{14}{8}=\frac{7}{4}\end{array}\right.$

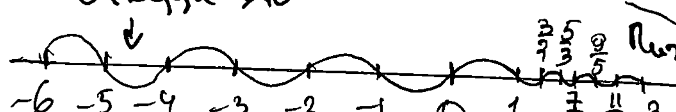
$x=5 \Rightarrow 25k-50+5k^2-10k+5+k=0 \Rightarrow 5k^2+16k-45=0$ $\quad \frac{-8\pm\sqrt{64+5\cdot45}}{5}$ ($\sqrt{\ }=17$) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}k_1=\frac{9}{5}\\ k_2=-5\end{array}\right.$

$x=6 \Rightarrow 36k-72+6k^2-12k+6+k=0 \Rightarrow 6k^2+25k-66=0$ $\quad \frac{-25\pm\sqrt{225+24\cdot66}}{12}$ ($\sqrt{\ }=47$) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}k=-6\\ k_2=\frac{22}{12}=\frac{11}{6}\end{array}\right.$

Откуда это?

Почему

Брать $k>0$ нельзя, т.к x_1 или x_2 будет меньше $0 \Rightarrow \notin A, \notin B$



Подставим k из промежутка $(-2,-1)$, тогда $x_1\in A$, $x_2\in B$ | А если $k\in(-1,0)$, то $x_1\in A$, $x_2\in A$!!

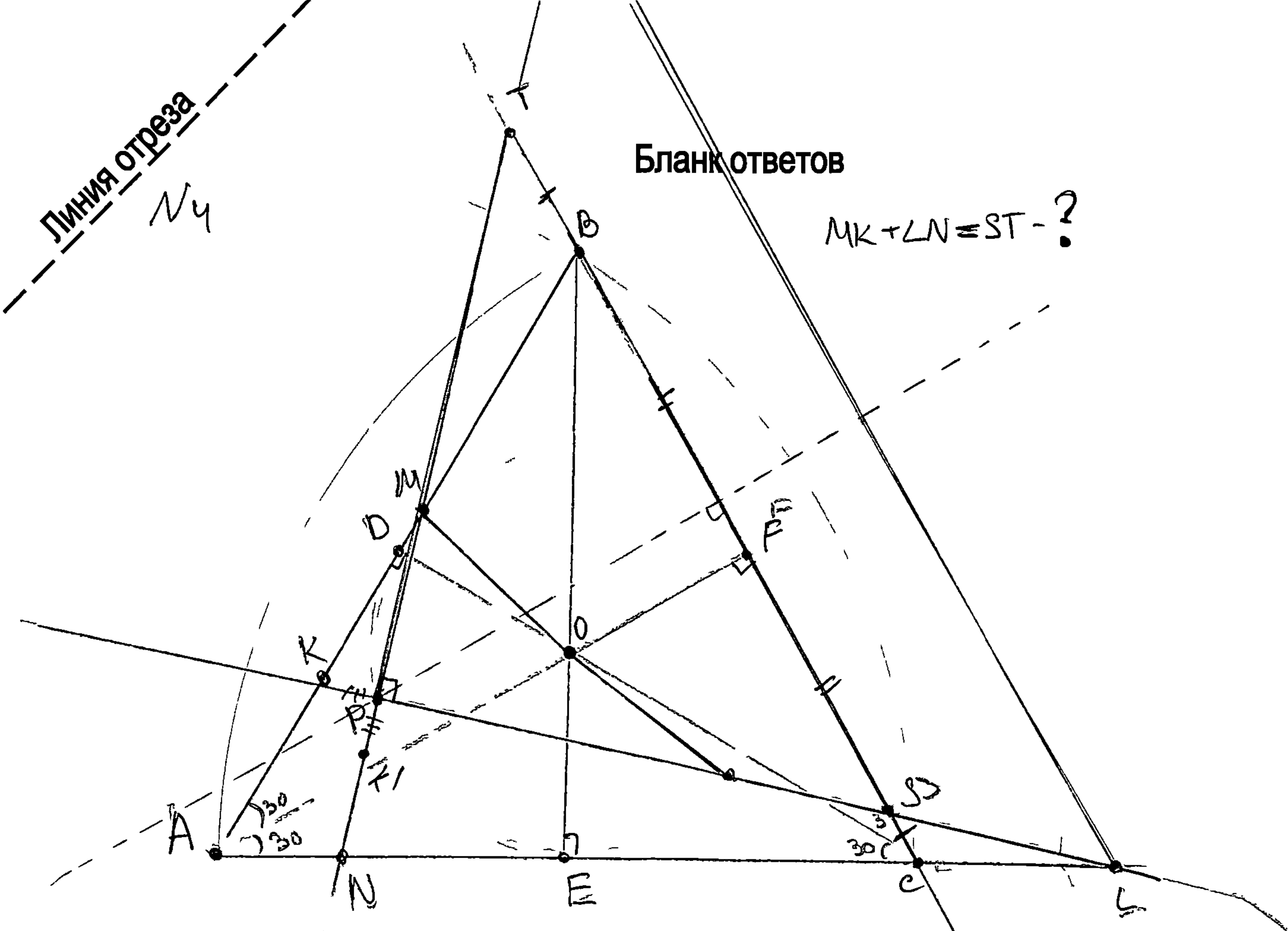
Ответ: $k\in(-6,-5)\cup(-4,-3)\cup(-2,-1)$

Линия отреза

№4

Бланк ответов

MK+LN=ST - ?



~~ТК ΔABC - р/с => BF=FC по постр из усл BS=CT => BT=CS =>~~

=> ST=BC BS=CT

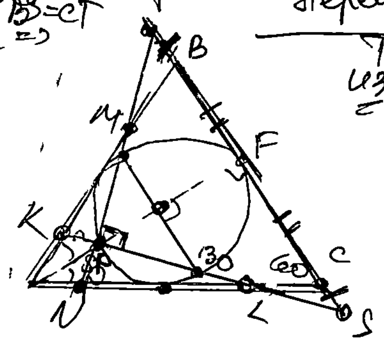
ТК ΔABC - р/с =>

=> BT=SC

Так делать нельзя

Переместим точку P по окружности до точки пересечения AF с окруж. =>

из построения => MN=KL => MN=KL =? FS , докажем



3