ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026102030795

# Титульный лист

**Направление**

- ☐ анализ данных
- ☐ информатика
- ☐ история
- ■ математика
- ☐ обществознание
- ☐ русский язык
- ☐ физика
- ☐ химия

**Класс** ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

**Фамилия** РАБОВЛЮК

**Имя** АРСЕНИЙ

**Отчество** ПЕТРОВИЧ

**Дата рождения** 10 11 2008

**Город участия** ЕКАТЕРИНБУРГ

**Аудитория** МТ-408

**Дата** 02 02 2026 **Подпись**

**Пример заполнения**

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026102030795

# Проверочный лист

## Заполняется участниками

**Направление**
☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

**Класс** ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

**Город участия** ЕКАТЕРИНБУРГ

## Заполняется организаторами

Количество доп листов ☐☐ Количество черновиков к проверке ☐☐

Время выхода с ☐☐ ☐☐ до ☐☐ ☐☐

## Протокол проверки
## Заполняется жюри

| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Балл члена жюри №1 | 20 | 8 | 20 | – | 0 | | | | | |
| Балл члена жюри №2 | 20 | 8 | 20 | – | 0 | | | | | |

**Итоговый балл** 48

**Подпись члена жюри №1** [подпись]

**Подпись члена жюри №2** [подпись]

**Пример заполнения**

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

# Бланк ответов

## №1

Рассмотрим случай, когда цифра $a = b$. По условию $f(\overline{aa})\ f(\overline{ac})\ f(\overline{ca}) = a\ a\ c \Leftrightarrow f(\overline{ac})\ f(\overline{ca}) = ac \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} f(\overline{ac}) = c \\ f(\overline{ca}) = a \\ f(\overline{ac}) = a \\ f(\overline{ca}) = c \end{cases} \Rightarrow f(\overline{ac}) + f(\overline{ca}) = a + c \quad (*)$$

+

Рассмотрим исходную сумму без значений вида $f(\overline{aa})$. Тогда ее значение, по полученному ранее равенству $(*)$, будет равно сумме

$$(f(12)+f(21))+(f(13)+f(31))+\ +(f(19)+f(91))+(f(23)+f(32))+\ +(f(29)+f(92))+\ +(f(89)+f(98)) = (1+2)+(1+3)+\ +(1+9)+(2+3)+\ +(2+9)+\ +(8+9)$$

Вернемся к исходной сумме, для этого к полученному выражению добавим слагаемые вида $f(\overline{aa})$, $a$ - цифра от 1 до 9. Тогда сумма станет равной $1+2+3+4+5+6+7+8+9$. Тогда сумма

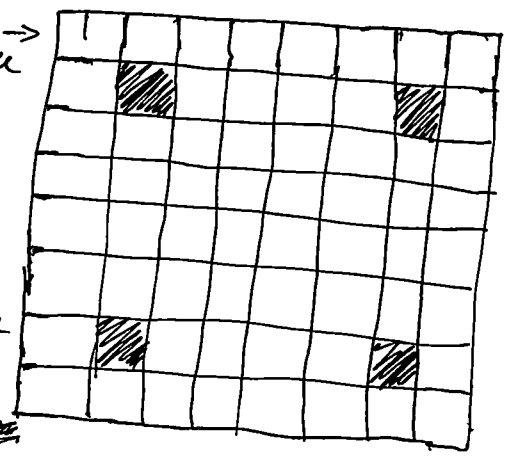
$$= 2 \cdot 8 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 6 + 5^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2 + 8 \cdot 1 + 8 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 7 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 6 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 5 \cdot 4 =$$

$$= 285 + 8 \cdot 1 + 8 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 7 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 6 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 5 \cdot 4 = 285 + 16 + 28 + 36 + 40 = 405$$

Ответ: исходная сумма равна 405 +

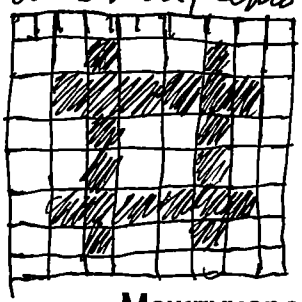
## №3

Рассмотрим клетки, выделенные на рисунке штрихом →



Если хотя бы у одной из них все соседние по стороне клетки будут незакрашены, то можно будет вырезать крест с центром в этой клетке. Самое маленькое расстояние между двумя такими клетками равно 5, но длина и высота данного креста всего 3. Получается, нельзя одним крестом закрыть соседей у двух разных выделенных клеток, тогда нужно как минимум 2 креста.

Покажем, что минимум - 2 креста достигается с помощью примера



Очевидно, что нельзя из примера вырезать еще один такой крест

Ответ 4 Оценка +

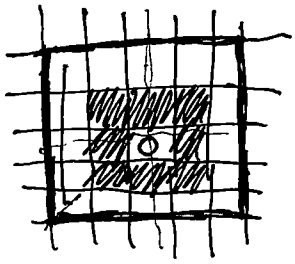
Пример +

Линия отреза

## Бланк ответов

№2

Первый игрок ставит змейку так, чтобы она закрыла центр



Игорь-змейка Дамы, в независимости от хода второго игрока, первый ходит симметрично относительно точки центра (строит центрально симметричную свою половину фигуры, которую сделал 2-й игрок)

У 2-го от центра больше всего 16 клеток, при этом ~~некоторая~~ плоскость заштрихована, ~~так~~ так же змейка не может разрываться ⇒ как бы 2-й игрок не поставил свою змейку, 1-й игрок сможет точно построить симметричную

~~Ответ~~ Ответ 1-й игрок (Дима) имеет выигрышную стратегию

№5 Стратегия есть но она не доказана

Рассмотрим 3-и случая

1) $K > 2$ Ветви направлены вверх

$$D = \left((K-1)^2\right)^2 - 4(K-2)K = (K-1)^4 - 4(K-2)K$$

Минимальный корень $x_{min} = \dfrac{-(K-1)^2 - \sqrt{(K-1)^4 - 4(K-2)K}}{2(K-2)}$, при этом, по условию, он должен быть больше 0, но $\begin{cases} (K-1)^2 \geq 0 \\ \sqrt{(K-1)^4 - 4(K-2)K} \geq 0 \\ 2(K-2) > 0 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow x_{min} \leq 0$, что не подходит

2) $K = 2$

$(2-1)^2 x + 2 = 0$

$x + 2 = 0$ - не подходит

3) $K < 2$ Ветви направлены вниз — неверно

При $K < 0$ нет решений (ветви вниз и перемещение по y на отрицательное число)

При $K = 0$ $-2x^2 + x = 0 \Rightarrow x_1 = 0,\ x_2 = 0{,}5$ - не подходит

При $K = 1$ $-x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = -1,\ x_2 = 1$ - не подходит

Линия отреза

Бланк ответов