ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101564493018

Титульный лист

Направление

- [ ] анализ данных
- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия ХИЖНЯК

Имя КОНСТАНТИН

Отчество НИКОЛАЕВИЧ

Дата рождения 25 06 2008

Город участия МАГНИТОГОРСК

Аудитория 14

Дата 02 02 2026 **Подпись** хижк

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101564493018

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия МАГНИТОГОРСК

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	2	20	1	0	20					
Балл члена жюри №2	2	20	1	0	20					

Итоговый балл 43

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Бланк ответов

Вариант 1 205

Задание 2

10-битовое представлении числа S имеет вид $b_9, b_8, b_7, \ , b_0$, где b_9 – старший бит

$b_9 - b_0$, $b_8 = b_1$, $b_7 = b_2$, $b_6 - b_3$, $b_5 - b_4$

Таким образом, S полностью определяется выбором пяти битов $a = b_9$, $b = b_8$, $c = b_7$, $d \ b_6$, $e = b_5$, каждый из которых равен 0 или 1. Всего существует $2^5 = 32$ таких значения S, выражаемых формулой $S = 513a + 258b + 132c + 72d + 48e$

Все эти значения лежат в интервале ~~[0, 1024]~~ [0, 1023]

Для каждого фиксированного S количество упорядоченных пар (A, B), дающих сумму S, равно S+1, т.к. A может принимать значения от 0 до S, а B = S − A. Сумма S+1 по всем 32 значениям S составляет

$\sum (S+1) = \sum S + 32 = (513 + 258 + 132 + 72 + 48) \ 16 + 32 = 1023 \ 16 + 13 = 16400$

Теперь учтем, что пары (A, B) и (B, A) считаются одинаковыми. Количество упорядочных пар с A = B равно числу четных S (т.к. при A = B сумма S = 2A четна). Четность S определяется битом $a = b_9$: если a = 0, то S четно. Таких комбинаций ~~$2^4 = 16$~~ $2^4 = 16$, следовательно, упорядочных пар с A = B ровно 16

Количество неупорядоченных пар $\frac{16400+16}{2} = \frac{16416}{2} = 8208$

Ответ 8208

1

Задание 1 2б

Для каждого бита i $(0 \leq i \leq 15)$ рассматривается система из четырех уравнений относительно битов $x_i, y_i, z_i \in \{0, 1\}$.

$(\neg x \,\&\, z) \mid (x \,\&\, y) = A_i$

$\cancel{\neg x}$ $\neg z \,\&\, (x \mid y) = B_i$

$x \,\&\, (y \oplus z) = C_i$

$\cancel{x \oplus (y}$ $= x \oplus (y \mid z) = D_i$,

где A_i, B_i, C_i, D_i – биты чисел 19528, 31945, 19548, 12417 соответственно

Анализ случаев по x_i показывает, что количество решений для каждого бита может 0, 1 или 2 После вычисления битовых значений констант и проверки условий для всех i получены следующие количества решений по битам

биты 0, 7, 12, 13 по 2 решения, остальные биты по 1 решению

Перемножение количеств решений по всем битам дает общее количество троек

2 1 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 2 2 1 1 = <u>16</u>

Ответ 16

Задание 3

1 Сначала построим таблицу истинности для исходного выражения

a	b	c	$a \wedge b$	$a \to c$	$(a \wedge b) \vee (a \to c)$
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1

2 Таблица истинности для стрелки Пирса

a	b	$a \downarrow b$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Бланк ответов

1б

3 Выразим исходное выражение через стрелку Пирса

Преобразование конъюнкции $a \wedge b = (\overline{a \downarrow b})$

Импликация $a \to c = (\overline{a \downarrow \bar{c}})$

Дизъюнкция $(a \wedge b) \vee (a \to c) = \overline{((a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow \bar{c}))}$

Ответ $\overline{((a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow \bar{c}))}$

Задание 4

0,5

Вершина 1 ребра (14, 1), (1, 3) → степень 2 (четная)

Вершина 2 ребра (2, 5), (2, 14) → степень 2 (четная)

Вершина 3 3 степень (нечет)

Вершина 4 2 степень (чет)

Вершина 5 2 степень (чет)

Вершина 6 1 степень (нечет)

Вершина 7 3 степень (нечет)

Вершина 8 2 степень (чет)

Вершина 9 2 степень (чет)

Вершина 10 3 степень (нечет)

Вершина 11 3 степень (нечет)

Вершина 12 ~~12~~ 3 степень (нечет)

Вершина 13 3 степень (нечет)

Вершина 14 4 степень (чет)

Вершина 15 1 степень (нечет)

Нечетные степени у вершин 3, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 15 — всего 8 вершин

Поскольку нечетных вершин 8 (а не 0 или 2), в графе не существует ни эйлерова цикла, ни ~~эйле~~ эйлерова пути

Ответ В графе не существует маршрута по всем ребрам, потому что слишком много вершин с нечетной степенью, что нарушает необходимое условие

что

Задание 5 208

В данном графе паросочетание размера 6 не существует. Максимальный размер паросочетания равен 5

Это можно доказать с помощью теоремы

Рассмотрим множество вершин $S = \{1, 2\ 3, 4, 7\}$ После удаления S граф распадается на изолированные вершины $\{5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$, каждая из которых образует отдельную компоненту связности нечетного размера. Таким образом, количество нечётных компонентов $o(G-S)=8$, а $|S|=5$ Разность $o(G-S)-|S|=3$ Согласно теореме, максимальное паросочетание имеет размер не более $\frac{|V|-def(G)}{2}$, где $def(G)$ — дефицит графа, равный максимальной разности $o(G-S)-|S|$

В данном случае $def(G) \geq 3$, поэтому размер максимального паросочетания не превышает $\frac{13-3}{2} = 5$

Пример паросочетания размера 5 $\{(1,5),(2,13),(3,6),(4,10),(7,8)\}$

Все ребра принадлежат графу, и никакие две дом не пересекаются

Следовательно, паросочетаний размера 6 в этом графе нет

ч.т.д.

Линия отреза

Бланк ответов