ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101585634092

Титульный лист

Направление

- ☐ анализ данных
- ☒ информатика
- ☐ история
- ☐ математика
- ☐ обществознание
- ☐ русский язык
- ☐ физика
- ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ЛЕПИНСКИХ

Имя ПАВЕЛ

Отчество ЮРЬЕВИЧ

Дата рождения 10 09 2008

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория Э-404

Дата 02 02 2026 **Подпись**

Пример заполнения

АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ
ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101585634092

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] анализ данных
- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс
- [ ] 8
- [ ] 9
- [ ] 10
- [x] 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов – –   Количество черновиков к проверке – –

Время выхода с 17 32 до 17 34

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	–	-	16	0	2					
Балл члена жюри №2	–	–	16	0	2					

Итоговый балл 18

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

$=16б$

Бланк ответов

(3) Рассмотрим таблицу истинности для выражения ~~...~~ $(a \wedge b) \vee (a \to c)$

a	b	c	$(a \wedge b) \vee (a \to c)$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Заметим, что выражение $(a \to b) \vee c$ имеет такую же таблицу истинности, как $(a \wedge b) \vee (a \to c)$ $+2б$

a	b	c	$(a \to b) \vee c$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Теперь заметим, что выражение $((a \downarrow b) \downarrow b) \downarrow ((a \downarrow b) \downarrow b) = S$ даёт такую же таблицу истинности как $(a \to b)$ $+2б$

a	b	$a \to b$	S
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	1	1

~~...~~ Также заметим, что выражение $(a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow b)$ даёт такую же таблицу истинности, как $a \vee b$

a	b	$a \vee b$	$(a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow b)$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

$+5б$

Из сделанных выше выводов понятно, что выражение

$\cancel{((a \downarrow b) \downarrow b) \downarrow ((a \downarrow b) \downarrow b)} \underset{(a \wedge b) \vee (a \to c)}{=} (a \to b) \vee c = S \vee c = (S \downarrow c) \downarrow (S \downarrow c) =$

$= ((((a \downarrow b) \downarrow b) \downarrow ((a \downarrow b) \downarrow b)) \downarrow c) \downarrow ((((a \downarrow b) \downarrow b) \downarrow ((a \downarrow b) \downarrow b)) \downarrow c)$ $+7б$

Ответ!

(4) Заметим, что в данном графе есть ~~а~~ 2 висячие вершины с номерами 15 и 6 ОБ

Значит очевидно, что если в графе есть маршрут, то он должен начинаться из одной висячей вершины, а заканчиваться в другой. Иначе, если висячая вершина не первая и не последняя, то в маршруте до нее была какая-то вершина и после нее также есть вершина => ребро, которое соединяет висячую вершину графа с предыдущей встретиться в маршруте 2 раза, что противоречит определению маршрута (все ребра должны быть ~~ра~~ различные)

Теперь рассмотрим графа с номерами 7, 8, 9

Так как маршрут не начинается и не заканчивается ни одной из этих вершин, то для того, чтобы посетить ~~ребро~~ ~~вершину 7~~ ~~и из~~ вершины 8 и 9, нужно попасть в ~~ребро~~ вершину 7, а сделать это можно только из вершины 13. То есть перед посещением вершин 8, 9 ребро (13, 7) в маршруте уже использовано. После посещения вершин 8 и 9 нужно дойти до конечной точки маршрута (15 или 6), то есть попасть в вершину 13 (ведь ни с какими другими вершинами 7, 8, 9 больше не связаны, кроме как друг с другом). Однако, чтобы попасть в вершину 13 нужно использовать ребро (13, 7), а оно уже было использовано, => ~~не~~ => Получаем ~~отр~~ противоречие с определением маршрута => маршрута в графе не существует

<u>Ответ</u>: Маршрута не существует

2б

Бланк ответов

5 Заметим, что если можно найти паросочетание размера 6, то так как всего у графа 13 вершин, => ~~...~~ => после выбора нужного паросочетания останется ровно 1 вершина без ребер

Посчитаем количество ребер в графе оно равно $\boxed{19}$

Теперь будем рассматривать выбор очередного ребра с двумя вершинами для паросочетания, как удаление этих двух вершин, со всеми выходящими из них ребрами, из графа

Теперь рассмотрим несколько случаев

1сл Если в качестве одного из ребер паросочетания было выбрано ребро (4,8); это ребро имеет максимальную сумму степеней вершин в графе равную 9, тоесть из графа было удалено 8 ребер. Следующее ребро мы можем выбрать с суммой степеней вершин ≤ 7 ~~...~~, где равенство 7 достигается на ребре (9,3) ~~...~~ • Рассмотрим случай $= 7$ Тогда удалено было еще 6 ребер и следующим ходом мы можем выбрать ребро с ≤ 6 суммой степеней вершин, тоесть удалить ≤ 5 ребер Тогда получим, что было удалено $\le \underset{14}{8+6} + \underset{20}{5\cdot 4} = 34$, Однако каждое ребро посчитано 2 раза => => было удалено ≤ 17 ребер, но в графе их было 19 и после выбора нужного нам паросочетания не должно было остаться ребер ~~а~~ осталось 2 ребра

• Теперь рассмотрим случай если ~~удалили~~ выбрали ребро с суммой степеней вершин ≤ 6 => удалено ≤ 5 ребер Тоесть всего удалено $\le 8 + \underset{25}{5\cdot 5} = \cancel{25}$ 33 ребра, каждое ребро посчитано 2 раза => было удалено ≤ 16 ребер, получили аналогичное противоречие

2сл Пусть мы не выбирали ребро (4,8) Тогда можно было выбрать ≤ 2 ребра с суммой степеней вершин 8, тоесть удалить $\le$ ~~ребер~~ 14 ребер (ребра $(4,9)$, $(3,8)$)

~~Остальные ребра будут с суммой степеней вершин ≤ 7~~

~~Для Однако~~ можно выбрать ≤ 3 ребра с суммой степеней 7, тоесть удалить ≤ 18 ребер (ребра $(7,8)$, $(4,5)$, $(9,3)$)

Теперь выбираем только ребра с суммой степеней вершин ≤ 6, тоесть удаляем по ≤ 5 ребер

Всего таким образом удаляем $\le$ ~~28~~ $14 + 18 + 5 = 37$ ребер

каждое посчитано дважды $\Rightarrow$ удалено $\le \frac{37}{2}$, ≤ 18 ребер

Получаем аналогичное противоречие с тем, что ~~как~~ остается одно не удаленное ребро

$\Rightarrow$ нельзя выбрать паросочетание размера 6

<u>Ответ</u>: нельзя

Линия отреза

Бланк ответов