ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302312473632

# Титульный лист

**Направление**

- ☐ анализ данных
- ☐ информатика
- ☐ история
- ☐ математика
- ☐ обществознание
- ☐ русский язык
- ☒ физика
- ☐ химия

**Класс** ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

**Фамилия** МАСТРИКОВА

**Имя** АНАСТАСИЯ

**Отчество** АЛЬБЕРТОВИА

**Дата рождения** 25 02 2008

**Город участия** ЧЕЛЯБИНСК

**Аудитория** 257

**Дата** 31 01 2026 **Подпись**

**Пример заполнения**

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302312473632

# Проверочный лист

## Заполняется участниками

**Направление**
☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☒ физика ☐ химия

**Класс** ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

**Город участия** Челябинск

## Заполняется организаторами

Количество доп листов ☐☐ Количество черновиков к проверке ☐☐

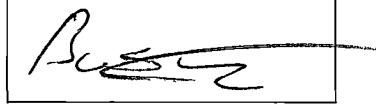
Время выхода с ☐☐ ☐☐ до ☐☐ ☐☐

## Протокол проверки
## Заполняется жюри

| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Балл члена жюри №1 | 3 | 5 | 12 | 16 | | | | | | |
| Балл члена жюри №2 | 3 | 5 | 12 | 16 | | | | | | |

**Итоговый балл** 36

**Подпись члена жюри №1**

**Подпись члена жюри №2** 

**Пример заполнения**

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Бланк ответов

## Задача 1.

$$\ln(n(d)) = -0{,}5\ln(d)$$

$$\ln(n(d)) = \ln(d^{-0{,}5})$$

$e > 1$

$$n(d) = d^{-0{,}5}$$

$$n(d) = \frac{1}{\sqrt{d}}$$

$$d = \frac{1}{n^2}$$

$$v = d' = -\frac{2}{n^3} \rightarrow \boxed{n(v) = \sqrt[3]{-\frac{2}{v}}}$$

## Задача 2.

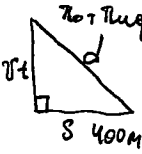
$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$ $\quad \frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d} = \frac{d-F}{Fd} \rightarrow f = \frac{Fd}{d-F}$

$a(t) = v'(t) = f''(t)$ формула тонкой линзы

$d(t) = \sqrt{s^2 + v^2t^2}$

$$\boxed{f(t) = \frac{F\sqrt{s^2+v^2t^2}}{\sqrt{s^2+v^2t^2} - F}}$$, где: $F = 0{,}8$ м, $S = 400$ м, $v = 12000$ м/с

по т. Пифагора




$$a(t) = f''(t) = \left(\frac{F\sqrt{s^2+v^2t^2}}{\sqrt{s^2+v^2t^2} - F}\right)''$$

для удобства заменим $\sqrt{s^2+v^2t^2} = x$, $x' = \frac{v^2 \cancel{2} t}{\cancel{2}\sqrt{s^2+v^2t^2}} = \frac{v^2t}{\sqrt{s^2+v^2t^2}}$

$$x'' = \frac{v^2s^2}{\sqrt{s^2+v^2t^2}(s^2+v^2t^2)}$$

(*расчеты на черновике)

$$\left(\frac{Fx}{x-F}\right)' = \frac{x'-F^2}{(x-F)^2} \qquad \left(\frac{Fx}{x-F}\right)'' = \frac{x''(x-F) - 2x'(x'-F^2)}{(x-F)^3}$$

$$\boxed{a = \frac{\frac{v^2s^2(\sqrt{s^2+v^2t^2}-F)}{\sqrt{s^2+v^2t^2}(s^2+v^2t^2)} - \frac{2v^2t}{\sqrt{s^2+v^2t^2}}\left(\frac{v^2t}{\sqrt{s^2+v^2t^2}} - F^2\right)}{(\sqrt{s^2+v^2t^2} - F)^3}}$$

Линия отреза

Бланк ответов

# Задача 3

$$\varphi = \frac{kq}{r}$$

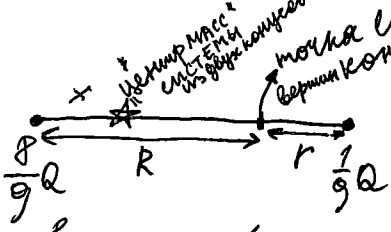
Центр масс конуса из материала постоянной плотности лежит в центре сферы описанной около этого конуса

Тк заряд равномерно распределен по объему конуса, то конус можно сопоставить с точкой (имеющей заряд, равный суммарному заряду конуса) и в случае нашей системы тел эта точка как раз находилась бы в так называемом центре масс конуса, таким образом потенциал вершины конуса можно считать как $\varphi_1 = \frac{kQ}{R}$, где $Q$ - заряд конуса, а $R$ - радиус описанной сферы

Если высоты конусов относятся как 1 2, то их объемы относятся как $1^3 : 2^3 \to 1 : 8$

После перераспределения заряда заряд большого конуса $\frac{8}{9}Q$, заряд малого $\frac{1}{9}Q$

Поиск центра масс (и заряда) для системы из двух конусов достаточно сложен и долог в обосновании, но можно провести аналогию с рычагом (и пр моментов)




$R$ - радиус описанной сферы около большого конуса

$r$ - радиус сферы описанной около малого конуса

$$\frac{8}{9}Qx = 8x\frac{1}{9}Q$$

$$x = \frac{1}{9}(R+r)$$

Потенциал в точке соприкосновения будет равен

$$\varphi_2 = \frac{kQ}{R - \frac{1}{9}(R+r)} \Rightarrow \varphi_2 > \varphi_1$$

Таким образом, можно утверждать, что после перераспределения заряда потенциал в точке соприкосновения конусов увеличится. Увеличится на $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{kQ}{R - \frac{1}{9}(R+r)} - \frac{kQ}{R}$

Линия отреза



# Задача 4

По закону сохранения энергии $\mathcal{E}_{вр} + U = \mathcal{E}_{вр}' + U'$

Если Луна отдаляется, значит энергия гравитационного взаимодействия уменьшается, следовательно энергия вращения увеличивается

$$\Delta\mathcal{E}_{вр} = \Delta U = \frac{-GM_3M_л}{R+\Delta R} - \frac{-GM_3M_л}{R} = \frac{-GM_3M_лR + GM_3M_лR + GM_3M_л\Delta R}{R(R+\Delta R)} =$$

$$= \frac{GM_3M_л\Delta R}{R^2 + \Delta RR} = \frac{6{,}6743\,10^{-11}\ 5{,}97\,10^{24}\ 7{,}35\,10^{22}\ 3{,}8\,10^{-2}}{384\,400\,000^2 + 3{,}8\,10^{-2}\ 384\,400\,000} \approx 7{,}53\,10^{18}\ (Дж)$$

Ответ $\Delta\mathcal{E}_{вр} \approx 7{,}53\ 10^{18}$ Дж