ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026098001185

Титульный лист

Направление

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия КУЛАКОВ

Имя АЛЕКСАНДР

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 12 09 2008

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория М527

Дата 02 02 2026 **Подпись**

Пример заполнения АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ
ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026098001185

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов 00 Количество черновиков к проверке 00

Время выхода с __ __ до __ __

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	0	5	–	20					
Балл члена жюри №2	0	0	5	–	20					

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Бланк ответов

N 3

Расположим первый крест так, чтобы 3 из 4 его крайних клеток могли бы образовать новые кресты с соседними незанятыми клетками. Далее будем распологать кресты так, чтобы между ними образовывались такие же кресты, но без одной клетки (всего в фигуре будет 4 клетки). Таким образом наибольшее число «пустот» в которых не будет возможности расположить 5-ти клеточный крест, даст наименьшее число необходимых 5-ти клеточных крестов

				2			
			2	2	2		
	1			2			
1	1	1				3	
	1				3	3	3
			4			3	
		4	4	4			
			4				

Минимальное число таких крестов из 5 клеток — 4

Ответ 4

пример без оценки

∓

N 1

Для чисел, состоящих из одной и той же цифры (11, 22 ... 99) $f(n)$ будет равно самой цифре $f(11) = 1$, $f(22) = 2$, ... ; $f(99) = 9$ −

~~N 3~~ N 2

Если каждый игрок будет рисовать змейку таким образом, что на поле 16×16 (где могли бы поместиться две змейки), будет помещаться только одна, то можно разместить 256288 змеек и 17 отдельных клеток, в которых поместятся ещё 2 $256288+2=256290$ — чётное ⇒ Выиграет игрок с чётным номером ⇒ выиграет Максим −

№ 5

Если $k=2$ один корень $\Rightarrow k\neq 2$

Распишем по т Виета систему

$$\begin{cases} x_1 x_2 = \dfrac{k}{k-2} \\ x_1 + x_2 = -\dfrac{(k-1)^2}{k-2} \end{cases}$$

Преобразуем $-\dfrac{(k-1)^2}{k-2}$,

поскольку $k\neq 2$, то можно разложить числитель на слагаемые и поделить их на знаменатель

$$\frac{(k-1)^2}{2-k} = \frac{k^2-2k+1}{2-k} = \frac{k(k-2)+1}{2-k} =$$

$$= \frac{-k(2-k)+1}{2-k} = -k + \frac{1}{2-k}$$

Отсюда следует система № ①

$$\begin{cases} x_1 x_2 = \dfrac{k}{k-2} \\ x_1 + x_2 = -k + \dfrac{1}{2-k} \end{cases}$$

Можно выдвинуть предположение, что

$x_1 = -k$ и $x_2 = \dfrac{1}{2-k}$

или

$x_1 = \dfrac{1}{2-k}$ и $x_2 = -k$

проверим

$-k \cdot \dfrac{1}{2-k} = \dfrac{k}{k-2}$

при таких x_1 и x_2 выполняется система № ①

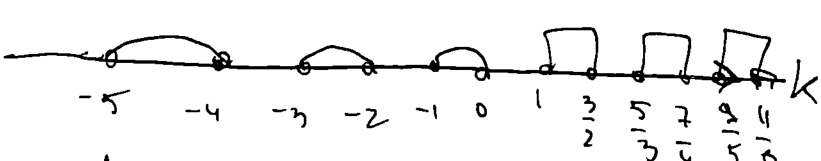
Если $x_1 = -k$ и $x_2 = \dfrac{1}{2-k}$

$k \in (-5,-4) \cup (-3,-2) \cup (-1,0)$

и

$k \in \left(1, \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{3}, \frac{7}{4}\right) \cup \left(\frac{9}{5}, \frac{11}{6}\right)$

Пересечём оба промежутка



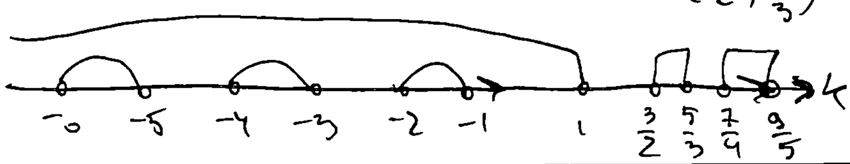
Нет пересечений $\Rightarrow x_1 = -k$ и $x_2 = \dfrac{1}{2-k}$ не удовл при любом k, при $x_1 \in A$, $x_2 \in B$

Если $x_1 = \dfrac{1}{2-k}$ и $x_2 = -k$

$k \in (-6,-5) \cup (-4,-3) \cup (-2,-1)$

и

Пересечём $k \in (-\infty, 1) \cup \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{3}\right) \cup \left(\frac{7}{4}, \frac{9}{5}\right)$



$\Rightarrow k \in (-6,-5) \cup (-4,-3) \cup (-2,-1)$

Бланк ответов

№ 5 продолжение

$k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$ ← будем называть „диапазон"

Проверим, при каких k $x_1 = x_2$

$-k = \frac{1}{2-k}$ $\mid 2-k$, $k \neq 2$ $\Rightarrow -2k + k^2 = 1$

$k^2 - 2k - 1 = 0$ $D = 4 + 4 = 8$

$k_1 = \frac{2 + 2\sqrt{2}}{2}$ $k_1 = 1 + \sqrt{2}$

k_1 не входит в „диапазон"

$k_2 = \frac{2 - 2\sqrt{2}}{2}$ $k_2 = 1 - \sqrt{2}$

Проверим k_2 $\sqrt{2} < \sqrt{4}$

Если заменить $\sqrt{2}$ на $\sqrt{4}$, то $k_2 = -1$, но т.к. $\sqrt{2} < \sqrt{4}$, то и $k_2 > -1$ $\Rightarrow$ k_2 не входит в „диапазон"

Ответ $k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$ ⊕

Линия отреза

Бланк ответов