ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026564016118

Титульный лист

Направление

- ☐ анализ данных
- ☐ информатика
- ☐ история
- ■ математика
- ☐ обществознание
- ☐ русский язык
- ☐ физика
- ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Фамилия НАТАШКИНА

Имя КСЕНИЯ

Отчество ВЯЧЕСЛАВОВНА

Дата рождения 07 08 2008

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория С309

Дата 02 02 2026 **Подпись** Ната

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026564016118

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Город участия Екатеринбург

Заполняется организаторами

Количество доп листов ☐☐ Количество черновиков к проверке ☐☐

Время выхода с 13 25 до 13 28

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	5	–	0					
Балл члена жюри №2	20	0	5	0	0					

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1

$f(11)$ можно определить однозначно

$f(11) = 1$

подставим в $f(\overline{ab})\,f(\overline{bc})\,f(\overline{ca}) = \overline{abc}$ $\quad a = b = 1$, $c = 2$

получим $f(11)\,f(12)\,f(21) = 1\,1\,2 = 2$

$\overset{1}{}\quad f(12)\,f(21) = 1\,2$

в общем виде

при $a = b = x$, $c = z$ $\quad \boxed{f(\overline{xx})\,f(\overline{xz})\,f(\overline{zx}) = x\,x\,z}$, $x \neq 0$

$f(\overline{xz})\,f(\overline{zx}) = x\,z$

таким образом $f(\overline{xz})$ и $f(\overline{zx})$ для $x \neq z$ принимают различные значения

т.к. $f(\overline{xz}) = \left[\begin{array}{l} x \\ z \end{array}\right.$ (x или z)

и $f(\overline{zx}) = \left[\begin{array}{l} x \\ z \end{array}\right.$ (x или z)

и они различны то $f(\overline{xz}) + f(\overline{zx}) = x + z$ ✓

Искомая сумма $f(11) + \ldots + f(19) + f(21) + \ldots + f(29) + \ldots + f(91) + \ldots + f(99)$

(сгруппируем ~~первое и последние~~ ~~второе и пред последнее~~ и т.д.) $(\cancel{f(11) + f(99)}) + (\overset{1+2}{f(12)} + f(21)) + (\overset{1+3}{f(13)} + f(31)) + \ldots + \overset{f(23)}{\cancel{f(23)}} + f(32) + \ldots + (f(89) + f(98)) + (f(11) + f(22) + f(33) + \ldots + f(99)) =$

$= 1+2 + 1+3 + \ldots + 1+9 + 2+3 + 2+4 + \ldots + 2+9 + 3+4 + 3+5 + \ldots + 8+9 + (1+2+3+4+5+6+7+8+9) =$

$= 9(1+2+3+\ldots+8+9) = 9 \cdot 45 = 405$

⊕

Задание 2

после каждых двух ходов ~~закрываются 20~~ 8.2
Занимаются по ~~20~~ клетки

$2025 - \cancel{45 \cdot 5}\ (5\ 9)^2$ (45^2)

2025×2025

$9 \equiv 1 \pmod{16}$ $5^2 \equiv 1 \pmod{16}$ $\Rightarrow 2025^2 = 5^4 9^4 \equiv 1 \pmod{16}$

$\cancel{45 \equiv 5 \pmod{20}}$

$45^2 \equiv 5^2 \equiv 25 \equiv 5 \pmod{20}$

$\Downarrow$

$2025^2 \equiv 5 \pmod{20}$

таким образом при ~~закрытии~~ занимании всех возможных клеток Дима проиграл (на его ходе останется 1 клетка) 16

Назовем клетку поле закрытой если в ней не может располагаться змея

~~если последний ход~~ ~~если на ходе Димы останется от~~

если после хода ~~Дима~~ может оставить после себя < 8 не закрытых клеток
Дима как ? то он выигрывает

~~Поэтому~~ при умелой игре Дима может ~~ходя~~ поддерживать количество ~~не~~
закрытых клеток $\equiv 2 \text{ или } 8 \pmod{16}$ почему ход возможен?
стратегия не описана ⊖

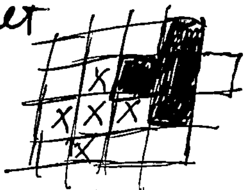
Ответ Дима

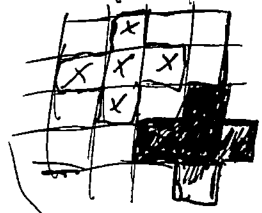
Линия отреза

Бланк ответов

Задание 3

Оценим, что в каждом квадрате 4×4 должен стоять как минимум один пятиклеточный крест целиком нет

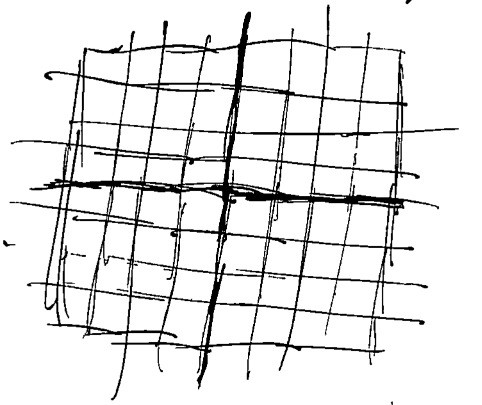




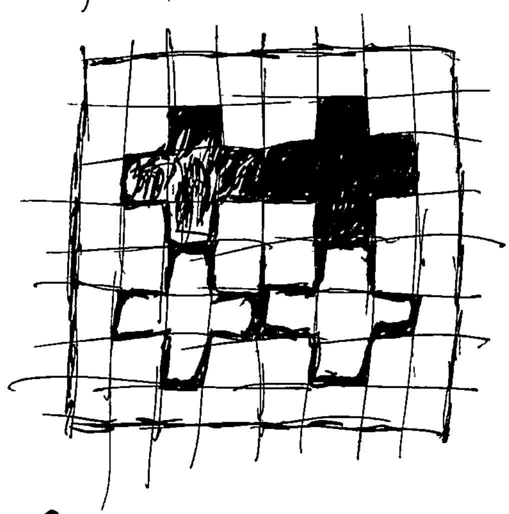
если крест в квадрате 4×4 расположен не целиком, т.е. как минимум одна клетка выходит за квадрат 4×4 возможно разместить еще один крест, полностью лежащий в данном квадрате 4×4

остальные случаи аналогичны в силу симметрии

таким образом ~~нужн~~ для доски 8×8 нужна как минимум 4 пятиклеточных креста



4 непересекающиеся области, в которых ~~должно~~ должен каждой из быть как минимум 1 пятиклеточный крест целиком



нетрудно заметить что при данной ~~в данной~~ разрезке больше пятиклеточных крестов вырезать нельзя

верный пример без оценки

∓

Ответ 4

Линия отреза

Бланк ответов

Задание 5

$(k-2)x^2+(k-1)^2x+k=0$

$D=(k-1)^4-4k(k-2)=k^4-4k^3+6k^2-4k+1-4k^2+8k=k^4-4k^3+2k^2+4k+1=$

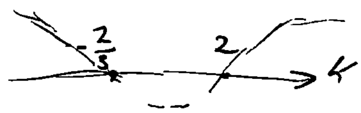
$=k^4+2k^2+1-4k(k^2+1)-(k^2+1)(k^2+1-4k^2+4k)=(k^2+1)(-3k^2+4k+1)=(k^2+1)(k+\frac{2}{3})(k-2)$

$x_1=\frac{-(k+1)^2+\sqrt{D}}{2(k-2)}$

$x_2=\frac{-(k+1)^2-\sqrt{D}}{2(k-2)}$

2 корня $-D>0$

$(k^2+1)(k+\frac{2}{3})(k-2)>0$



$\left[\begin{array}{l} k<-\frac{2}{3} \\ k>2 \end{array}\right.$

1) при $k>2 \Rightarrow k<-\frac{2}{3}$

$x_2<0$ $\left(\frac{(k-1)^2-\sqrt{D}<0}{2(k-2)>0}\right)$

2) $k<-\frac{2}{3}$

тогда $x_1<x_2$ $(D\neq0)$

$\begin{cases} x_1>0 \\ x_2<6 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{-(k-1)^2+\sqrt{D}}{2(k+2)<0}>0 \\ \frac{-(k-1)^2-\sqrt{D}}{2(k+2)<0}<6 \end{cases}$ $\begin{cases} 1)-(k-1)^2+\sqrt{(k^2+1)(k+\frac{2}{3})(k-2)}<0 \\ 2)-(k-1)^2-\sqrt{(k^2+1)(k+\frac{2}{3})(k-2)}-12(k+2)>0 \end{cases}$

1) $-(k-1)^2<-\sqrt{(k-1)^4-4k(k-2)}$ обе части отрицательные возведем в квадрат

$(k-1)^4>(k-1)^4-4k(k-2)$

$4k^2+8k>0$ - верно

~~$4k(k-2)$~~

2) $(k-1)^2>-\sqrt{(k-1)^4-4k(k-2)}+12(k+2)$

$(-)$