ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026290007757

Титульный лист

Направление

- ☐ анализ данных
- ☐ информатика
- ☐ история
- ☒ математика
- ☐ обществознание
- ☐ русский язык
- ☐ физика
- ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия САННИКОВ

Имя АРТЕМИЙ

Отчество ВЛАДИМИРОВИЧ

Дата рождения 29 05 2008

Город участия ИЖЕВСК

Аудитория 265

Дата 02 02 2026 **Подпись**

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026290007757

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Город участия ИЖЕВСК

Заполняется организаторами

Количество доп листов 0 Количество черновиков к проверке 0

Время выхода с __ __ до __ __

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	–	20	–	10					
Балл члена жюри №2	16	–	20	–	10					

Итоговый балл 38

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№ 1

1. Из условие $f(\overline{ab})$, $f(\overline{bc})$, $f(\overline{ca}) = abc \Rightarrow f(\overline{ab}) + f(\overline{bc}) + f(\overline{ca}) = a+b+c$ (т.к. $f(\overline{ab}) = a$ или b) не доказано

Пусть будем складывать слагаемые по такому принципу

$\underbrace{f(11)+f(22)+\ldots+f(99)}_{55\quad 45} + \underbrace{f(12)+f(13)+f(23)+f(14)+f(15)+f(51)}_{(1)}$

2. Рассмотрим сумму (1).

Заметим, что $f(12)+f(13)+f(23) = f(21)+f(31)+f(32)$; $f(\overline{ab})+f(\overline{bc})+f(\overline{ca}) = a+b+c$; $+f(\overline{ba})+f(\overline{cb})+f(\overline{ac}) = 2(a+b+c)$

Тогда пусть $F(\overline{abc}) = f(\overline{ab}) + f(\overline{bc}) + f(\overline{ca})$

Тогда чтобы получить сумму (1) сложим все возможные F без повторение

(2) $\left.\begin{matrix} F(123) \\ F(145) \\ F(167) \\ F(189) \end{matrix}\right\}$ в каждом F по 6 слаг.

$\left(\begin{matrix} F(245) \\ F(267) \\ F(289) \\ F(345) \\ F(367) \\ F(389) \\ F(467) \\ F(489) \\ F(567) \\ F(589) \\ F(689) \\ F(789) \end{matrix}\right\}$ 12

как произведены вычисления?

как посчитать F(123)? (−)

в каждом F по 4 не повторяющихся слагаемых, т.к. в каждом F 2 слаг. уже встречаются в (2) (например в F(245) f(45) и f(54) уже есть в F(145))

разбиение на тройки не доказано

3 таким образом всего $6\cdot 4 + 12\cdot 4 + 9 = 81$ слагаемое, что как раз равно общему числу слагаемых $\in 89-8$. Теперь сложим все F: $F(123)+F(189)+F(145)+F(167) = (24+24)\cdot 2 = 96$

в оставшихся F учитываем только 4 слагаемых (по причине повтора)

$F(245)+F(289)+F(267) = 22-4+38-17+30-13 = 34+17 = 51$

$F(345)+F(367)+F(389) = 3\cdot(32-13) = 57$

$F(467)+F(489) = (34-13)+(42-17) = 21+25 = 46$

$F(567)+F(589) = (36-13)+(44-17) = 23+27 = 50$

$F(689)+F(789) = (46-17)+(48-17) = 29+31 = 60$

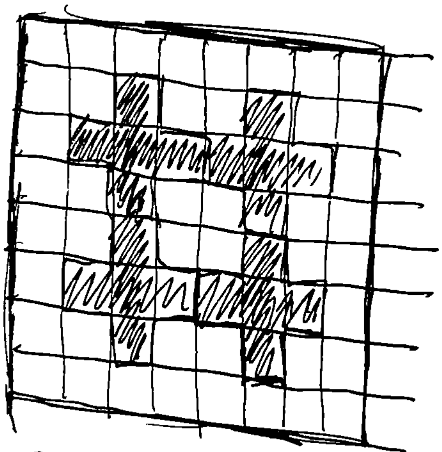
и итого $55+96+51+57+46+50+60 = 415$

Ответ 415

Линия отреза

Бланк ответов

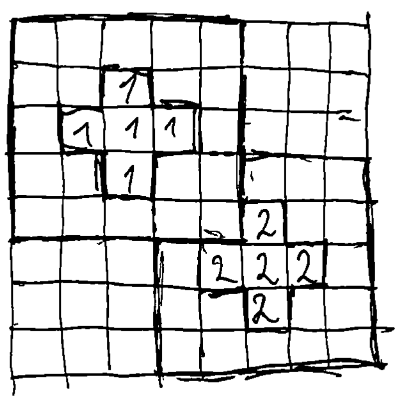
№ 3

1. 

– можно на 4 (пример)

+

2 Докажем, что на 3 нельзя



1) Будем расставлять кресты так, чтобы собой они закрывали ~~только~~ ~~наибольшую площадь~~ не обязательно чтобы ~~туда~~ оттуда нельзя было бы вырезать еще один крест

1-ый крест 25 клеток (5×5)
(очевидно кв-ат 5×5 должен находиться в углу, чтобы поместить наибольшее количество крестов в ост площади)

2-ый крест 21 новые клетки (5×5 − −2×2)

теперь заметим, что 3-ий крест может занять лишь одну область 3×3 из оставшихся, тогда как 4-ому кресту останется вторая область 3×3. Если мы будем как-либо двигать крест 2, то неизбежно (либо справа снизу, либо слева сверху от него) будет появляться еще как минимум одна область, которую можно заполнить крестом =>
=> положение креста 2 самое выгодное

~~Более того, рассмотрим наш пример на 4 и увидим, что при любом движении любого~~

Более того работает и более сильный факт, что ~~можно~~ нельзя расставить 3 кв-та 3×3 так, чтобы нельзя было бы поставить 4-ый, поскольку как бы не находились на доске кв-ат 3×3, будут существовать 2 „полоски" шириной 3 клетки, расположенные пер-но друг другу, а значит можно на месте их пересечения поставить кв-ат 3×3, а в оставшиеся области 2 „полосок" 5×3 можно поставить 2 кв-та 3×3

оценка

Этот пункт также доказывает невозможность расставить 3 креста В, чтобы нельзя было постав… 4-ый, т.к. каждому кресту как раз нужно пространство в качестве кв-ата 3×3. 

№ 5

$(k-2)x^2+(k-1)^2x+k=0$

$D=b^2-4ac=(k-1)^4-4k(k-2)=(k-1)^4-4k(k-1)^2+4=$

$=((k-1)^2-2)^2$

$x=\frac{\pm((k-1)^2-2)-(k-1)^2}{2(k-2)}=\left[\begin{array}{l} x=\frac{-2}{2(k-2)}=\frac{1}{2-k} \checkmark \\ x=\frac{-2(k-1)^2+2}{2(k-2)}=\frac{-(k-1)^2+1}{k-2}=\frac{(1-(k-1))(1+k-1)}{k-2}= \\ \qquad =-k \checkmark \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2-k} \\ x=-k \end{array}\right.$ т.к. $x>0$ (по усл А и В) то $\begin{cases}2-k>0\\k<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k<2\\k<0\end{cases}$ ✓

если $x_1=-k$ ~~x1~~

если $x_1\in(0,1)$, то $k\in(-1,0)\Rightarrow x_2\in(\frac{1}{3},\frac{1}{2})$ ×

если $x_1\in(2;3)$, то $k\in(-3;-2)\Rightarrow x_2\in(\frac{1}{5},\frac{1}{4})$ × не дох

и т.д. если ~~$x_1\in Q$~~, $x_1=-k$, не подходит т.к. $x_2\in(0,1)$

если $x_1=\frac{1}{2-k}$, то если $x_1\in(0,1)$ x_1 $\begin{cases}\frac{1}{2-k}>0\\\frac{1}{2-k}<1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k<2\\k<1\end{cases}\Rightarrow k<1$

$\Rightarrow\begin{cases}+k\in(-6,-5)\cup(-4,-3)\cup(-2,-1)\\ \text{если } k<1\end{cases}$

если $x_1\in(2;3)$ $\begin{cases}\frac{1}{2-k}>2\\\frac{1}{2-k}<3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2k>3,\ k>\frac{3}{2}\\3k<5,\ k<\frac{5}{3}\end{cases}$ ×

перебор не полный

если $x_1\in(4,5)$ $\begin{cases}\frac{1}{2-k}>4\\\frac{1}{2-k}<5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4k>7,\ k>\frac{7}{4}\\5k<9,\ k<\frac{9}{5}\end{cases}$ ×

— +

$\Rightarrow$ ~~нет таких~~ k

~~Ответ: $k\in\varnothing$~~ Ответ $k\in(-6,-5)\cup(-4,-3)\cup(-2;1)$

Линия отреза

Бланк ответов