ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101632230352

Титульный лист

Направление

☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☑ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☑ 10 ☐ 11

Фамилия ПОТЕХИН

Имя МИХАИЛ

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 31 05 2009

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 457

Дата 02 02 2026 **Подпись** Пот

Пример заполнения
АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ
ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101632230352

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история ☑ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☑ 10 ☐ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов ☐☐ Количество черновиков к проверке ☐☐

Время выхода с 12 15 до 12 19

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	5	20	–	0	0					
Балл члена жюри №2	5	20	–	0	6					

Итоговый балл 28

Подпись члена жюри №1 **Подпись члена жюри №2**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Бланк ответов | Задача №2

Обозначим монеты так a_1 a_2 a_3 a_4 a_5

Рассмотрим все попарные суммы

$(1,2)\to 3$	$(2,4)\to 6$
$(1,3)\to 4$	$(2,5)\to 7$
$(1,4)\to 5$	$(3,4)\to 7$
$(1,5)\to 6$	$(3,5)\to 8$
$(2,3)\to 5$	$(4,5)\to 9$

Поймем, что т.к. количество монет в 2х соседних мешочках отличается не более чем на 2, то подряд не могут лежать такие монеты

$(1,5)\to 6$
$(1,4)\to 5$
$(2,5)\to 7$
$\Rightarrow$ вычеркнем эти варианты из попарных возможных ~~сумм~~ сумм

$\Rightarrow$
$(1,2)\to 3$
$(1,3)\to 4$
$(2,3)\to 5$
$(2,4)\to 6$
$(3,4)\to 7$
$(3,5)\to 8$
$(4,5)\to 9$

Если мы спросим сумму значений наших двух 2х монет, то нам скажут число от 3 до 9 включительно
и мы единственным образом, по данному нам числу сможем определить (пару чисел) и оставшуюся тройку чисел – будем знать какие монеты ~~эта тройка~~ они содержат. (по этому списку)

Каким мы сделаем 1ый шаг
возьмем и спросим сумму монет a_1 и a_2, если нам выдаст значение $(a_1+a_2)=8 \Rightarrow (a_1,a_2)=(3,5) \Rightarrow$ проверим монету a_1, если монета $a_1=5$, то мы нашли 5ку, если $a_1\neq 5$, то $\boxed{a_2=5}$

если $(a_1+a_2)=9 \Rightarrow (a_1,a_2)=(4,5) \Rightarrow$ проверим монету a_1, если монета $a_1=5$, то мы нашли 5ку, если $a_1\neq 5$, то $\boxed{a_2=5}$ √

если $(a_1+a_2)=7 \Rightarrow (a_1,a_2)=(3,4) \Rightarrow (a_3,a_4,a_5)=(1,2,5)$, тогда поймем, что в этом случае 5ка будет стоять рядом с 1 или 2, что запрещено $\Rightarrow$ нам не могут сказать $(a_1+a_2)=7$ √

Если $(a_1+a_2)=6 \Rightarrow (a_1;a_2)=(2,4) \Rightarrow (a_3,a_4,a_5)=(1\ 3\ 5)$, тогда поймем, что в этом случае $a_4=3$, иначе 5ка будет стоять рядом с 1, что запрещено ~~значит нам могут сказать $(a_1+a_2)=6$~~
$\Downarrow$
$(a_3,a_5)=(1,5) \Rightarrow$ проверим монету a_3, если $a_3=5$, то мы нашли 5ку, если $a_3\neq 5$, то $\boxed{a_5=5}$ √

Продолжение решения на следующей странице

Задача N2 продолжение

если $(a_1+a_2)=5$, то $(a_1, a_2)=(2,3) \Rightarrow (a_3, a_4, a_5)=(1,4,5)$ ⇒ поймём, что $a_4=4$, иначе 5ка будет стоять рядом с 1, что запрещено ⇒ $(a_3, a_5)=(1,5)$ ⇒ проверим a_3, если $a_3=5$ - мы нашли 5ку, если $a_3\neq5$, то $\boxed{a_5=5}$ √

если $(a_1+a_2)=4$, то $(a_1, a_2)=(1\ 3) \Rightarrow (a_3, a_4, a_5)=(2, 4\ 5)$ ⇒ поймём, что $a_4=4$, иначе 5ка стоит рядом с 2ой, а это запрещено ⇒ $(a_3\ a_5)=(2\ 5)$ ⇒ проверим a_3, если $a_3=5$, то мы нашли 5ку, а если $a_3\neq5$, то $\boxed{a_5=5}$ √

если $(a_1+a_2)=3$, то $(a_1, a_2)=(1,2) \Rightarrow (a_3, a_4, a_5)=(3, 4\ 5)$, поймём, что $a_3\neq5$, так как иначе 5ка бы стояла рядом с a_2, а $a_2=1$ или $a_2=2$ ⇒ 5ка бы стояла рядом с 1 или с 2, а это запрещено ⇒ $a_3\neq5$ ⇒ $(a_4, a_5)=(4,5)$ или $(a_4, a_5)=3,5$ ⇒ проверим a_4, если $a_4=5$, то мы нашли 5ку, если $a_4\neq5$, то $\boxed{a_5=5}$

Мы рассмотрели все возможные случаи, и указали как в этих случаях за 2 хода найти кучку с 5ю монетами

Задача N5

поймём, что когда мы ставим в какое-либо место ладью, (она будет бить все клетки по горизонтали и вертикали), то мы не можем поставить слона на клетках, по диагонали от клетки, где стоит ладья, то есть, можно сказать, что ладья будет бить как ферзь, и слон может вставать на оставшиеся клетки ⇒ мы можем превратить задачу по нахождению количества способов поставить в клетки доски $2n\times2n$ ладью и слона, в задачу по постановке в клетки доски $2n\times2n$ двух ферзей

Сколько клеток бьет ферзь на доске $2n\times2n$?

$2n\ 2$ по вертикали и горизонтали и

$2n\ 2$ по диагоналям не всегда

Т.е. кол-во ~~способов~~ клеток, которые бьет ферзь равно

так как мы посчитали клетку, где стоит ферзь 4 раза

верно только для граничн...

$2n\ 2+2n\ 2-3=8n-3$

Линия отреза

Задача 5 продолжение

Поставить 1ого ферзя $(2n)^2 = 4n^2$ способов

поставить 2ого ферзя (чтобы они не били друг друга) можно на оставшиеся $4n^2-(8n\ 3)$ клеток $=$

$= \boxed{4n^2 - 8n + 3}$ клеток

$\Rightarrow$ количество способов поставить 2х ферзей равно:

~~$4n^2(4n^2-8n+3) = 16n^4 - 32n^3 + 12n^2$~~

$$4n^2(4n^2-8n+3) = \frac{16n^4 - 32n^3 + 12n^2}{2}$$

двойной посчитали способы когда ферзи поменялись местами ~~(... перестановок ферзей)~~

Но! так как в задаче не 2 одинаковых фигуры, а разные — слон и ладья, то кол-во способов поставить в клетки доски $2n \times 2n$ ладью и слона равно

$$\frac{16n^4 - 32n^3 + 12n^2}{2} \cdot 2 = \boxed{16n^4 - 32n^3 + 12n^2}$$

Задача №1

По условию $\rightarrow f(\overline{ab})\, f(\overline{bc})\, f(\overline{ca}) = abc$

пусть $a = b = c = a$, тогда

$f(\overline{aa}) \cdot f(\overline{aa})\, f(\overline{aa}) = a\,a\,a \Rightarrow f(\overline{aa})^3 = a^3 \Rightarrow \boxed{f(\overline{aa}) = a}$

Тогда $f(\overline{11})\, f(\overline{11})\, f(\overline{11}) = 1^3 \Rightarrow f(11) = 1$

$f(\overline{22})\, f(\overline{22})\, f(\overline{22}) = 2^3 \Rightarrow f(22) = 2$

Продолжение на следующей странице

$f(\overline{aa})\ f(\overline{ca}) \cdot f(\overline{ac}) = a^2 c$ (по условию) $\Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l} \underbrace{f(\overline{11})}_{=1}\ f(\overline{c1})\ f(\overline{1c}) = 1 \cdot 1 \cdot c = c \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\boxed{f(\overline{c1}) \cdot f(\overline{1c}) = c}$

$\left.\begin{array}{l} \underbrace{f(\overline{22})}_{=2} \cdot f(\overline{c2})\ f(\overline{2c}) = 2 \cdot 2\, c = 4c \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\boxed{f(\overline{c2})\ f(\overline{2c}) = 2c}$

рассмотрим ур-е:

$f(\overline{c1})\ f(\overline{1c}) = c$

вспомним, что $f(\overline{c1}) = c$ или $f(\overline{1c}) = 1$

$f(\overline{1c}) = c$ или $f(\overline{1c}) = c$, тогда

заметим, что решение этого.

$f(\overline{c1})\ f(\overline{1c}) = c$

только когда $\boxed{\begin{array}{l} f(\overline{c1}) = 1 \text{ и } f(\overline{1c}) = c \\ \text{или} \\ f(\overline{c1}) = c \text{ и } f(\overline{1c}) = 1 \end{array}} \Rightarrow \boxed{f(\overline{c1}) + f(\overline{1c}) = c+1}$

тогда, если $\boxed{c = 2}$, $f(\overline{21})\ f(\overline{12}) = 2+1 = 3$

Задача № 1 продолжение

$f(\overline{c2}) \cdot f(\overline{2c}) = 2c \Rightarrow$

$\boxed{f(\overline{c2}) = 2 \text{ и } f(\overline{2c}) = c \text{ или } f(\overline{c2}) = c \text{ и } f(\overline{2c}) = 2} \Rightarrow f(\overline{2c}) + f(\overline{c2}) = c+2$

, заметим, что если вместо 2 будет стоять любая другая цифра (x), то

~~Вы любую другую~~

$\cancel{f(\overline{xc}) + f(\overline{cx}}$

$\Rightarrow f(\overline{xc}) \cdot f(\overline{cx}) = \underline{c+x}$

2) ~~$f(13)+f(31)=4$~~

~~$f(15)+f(51)=6$~~

~~$f(17)+f(71)=8$~~

~~$f(19)+f(91)=10$~~

~~$f(11)=1$~~

~~$f(33)=3$~~

~~$f(55)=5$~~

~~$f(66)=6$~~

~~$f(77)=7$~~

$f(11)=1$	$f(13)+f(31)=4$
$f(33)=3$	$f(15)+f(51)=6$
$f(55)=5$	$f(17)+f(71)=8$
$f(77)=7$	$f(19)+f(91)=10$
$f(99)=9$	

← в сумме всех этих функций получим значение суммы, ~~для~~ которую нам надо найти

$f(35)+f(53)=8$
$f(37)+f(73)=10$
$f(39)+f(93)=12$

$\boxed{f(57)+f(75)=12 \quad f(59)+f(95)=14}$

$\boxed{f(79)+f(97)=16}$

$a = f(11)+f(33)+f(55)+f(77)+f(99)=25$

$b = f(13)+f(31)+f(15)+f(51)+f(17)+f(71)+f(19)+f(91)=28$

$c = f(35)+f(53)+f(37)+f(73)+f(39)+f(93)=30$

$d = f(57)+f(75)+f(59)+f(93)=26$

$e = f(79)+f(97)=16$

Задача №1

Продолжение:

То есть в итоге:

$f(11)+\dots+f(19)+f(21)+\dots+f(29)+\dots+f(91)+\dots+f(99)=$

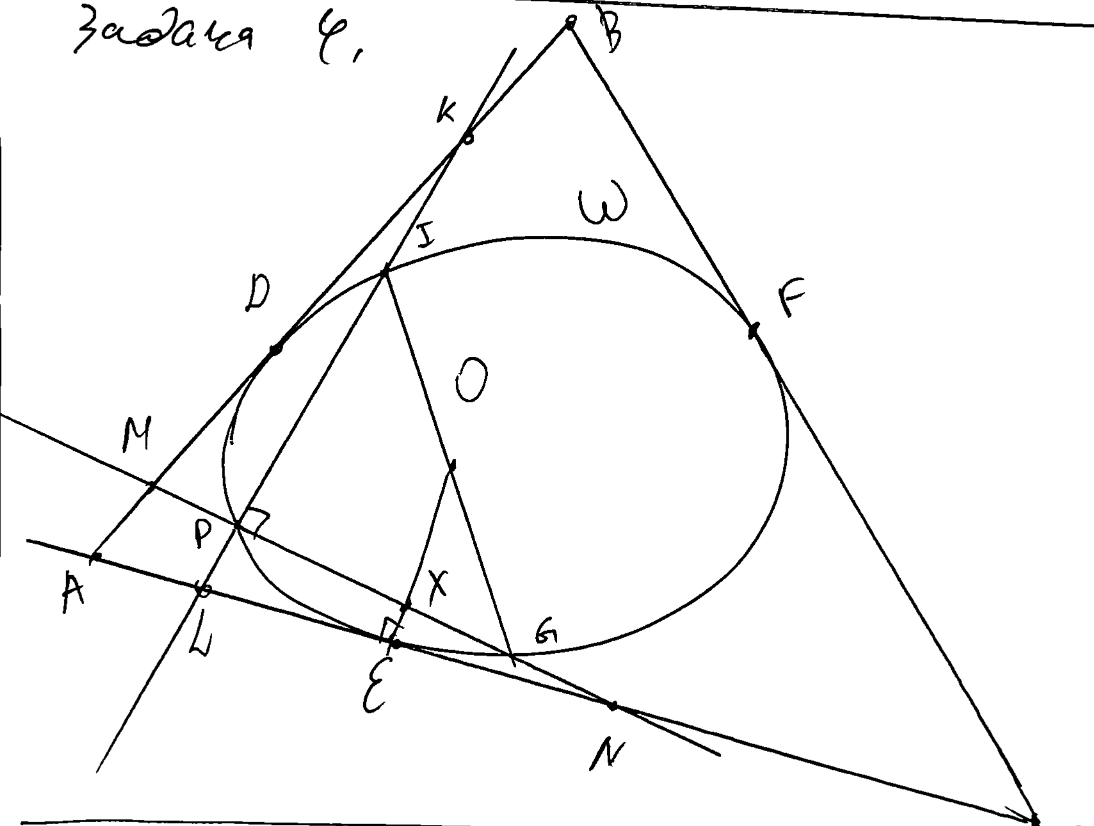
$=a+b+c+d+e=25+28+30+26+16=125$

Ответ $\boxed{125}$

А остальные слагаемые?

∓

Задача 4.



$\angle IPG = 90^\circ \Rightarrow$ угол $\angle IPG$ опирается на дугу, равную $180^\circ \Rightarrow$ ~~IG~~ IG – диаметр окружности ω

$AD = AE$
$BD = BF$
$CF = CE$
} отрезки кас. к окр. из 1ой точки

продвижений нет

$OE \perp AC \Rightarrow \angle OEA = 90$

Р-рим $PXEL$ – впис. чтк, т.к. $\angle XPL + \angle XEL = 180^\circ$