ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026102134095

Титульный лист

Направление

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия ХАЧИЯНЦ

Имя ТАИСИЯ

Отчество РОМАНОВНА

Дата рождения 23 06 2008

Город участия УФА

Аудитория 9-501

Дата 02 02 2026 **Подпись** Хо

Пример заполнения

АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ
ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026102134095

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия УФА

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	3	20	0	0	20					
Балл члена жюри №2	3	20	0	0	20					

Итоговый балл 43

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1

Пусть $a = f(11)+ + f(19) + f(21) + ... + f(29) + \; + f(91) + ... + f(99)$

По усл мы знаем, что $f(\overline{ab}) \cdot f(\overline{bc}) \cdot f(\overline{ca}) = abc$

Кроме того

$f(mn) = [\frac{m}{n}]$? Рас-им случаи:

1) $f(\overline{ab}) = b$ тогда заметим, что $f(\overline{bc}) \cdot f(\overline{ca})$ разбивается на

$\begin{cases} f(\overline{bc}) = c \\ f(\overline{ca}) = a \end{cases}$

$\begin{cases} f(\overline{bc}) = a \\ f(\overline{ca}) = c \end{cases}$ W $\Rightarrow$ $f(\overline{bc}) f(\overline{ca}) = a\,c$

2) $f(\overline{ab}) = a$, тогда рас-им $f(\overline{bc}) f(\overline{ca})$, а именно

$\begin{cases} f(\overline{bc}) = b \\ f(\overline{ca}) = c \end{cases}$

$\begin{cases} f(\overline{bc}) = c \\ f(\overline{ca}) = b \end{cases}$ W $\Rightarrow$ $f(\overline{mn})$ будем брать либо I цифру либо II цифру, тогда: какую именно?

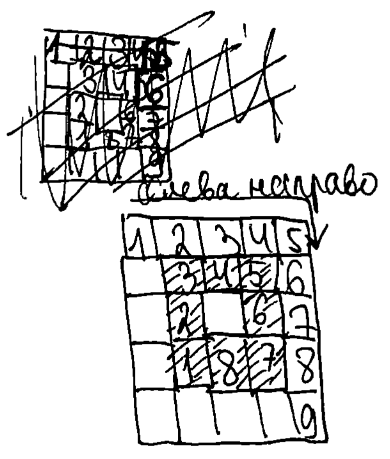
$\left[\begin{array}{l} a = 1\cdot 9 + 2\cdot 9 + \; + 9\cdot 9 = 945 \\ a = 1(1+2+3+ \; + 9) + \; + \underbrace{(1+2+3+ ... +9)}_{\text{повторится 9 раз}} = 945 \end{array}\right.$

верно рассмотрен частный случай

$\Rightarrow$ значение суммы $- 945 = 405$

Ответ 405 —

Задание 2



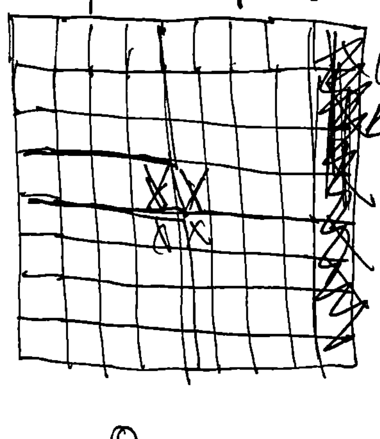
Победит первый игрок такой стратегией:
Сначала он рисует змейку вокруг центр клетки как на рисунке
На каждом след ходе он ~~[illegible]~~ отмечает змейку симметричную змейке, к-ую отметил оппонент на предыдущ ходу ~~относительно центра~~

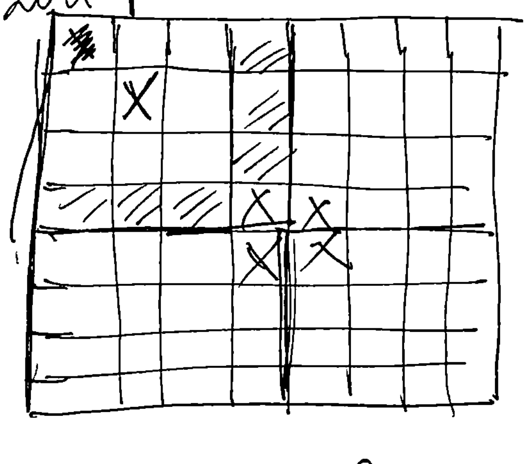
Ясно, что фигура, получ центр симметр из змейки явл-ся змейк, после кажд хода 1 игрока доска становится центрально симметричной =>
=> 1ый всегда будет рис змейку в неотмечен клетках, всегда сможет сделать ход. Стоит отметить, что 1ый игр всегда сможет сделать ход симметр другому, т е 2ой не сможет 1 ходом занять две симметрич друг другу клетки
(Ясно, что, чтобы попасть в симметрич змейку, не хватит змейки из 8ми клеток, ведь надо будет обходить центр)

(+)

Ответ 1ый игрок

Задание 3
Пример 8x8





8x8 оценки нет, примера нет (−)

Оценка:
Док-м, что в к-ом из чех углов кв-ов 4x4 должна быть центр клетка креста
Пусть это не так, => могут быть

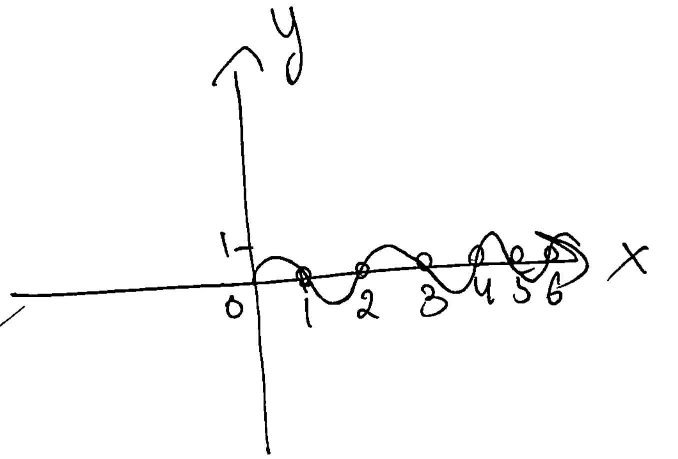
Линия отреза

почему здесь заштрихованные клетки?

закрыты клетки, заштрих на 2 рис, ведь они на границе => можно выделить еще один крест, кый находится в углу исходного кв-та 8x8 (как на рис) => в к-ом из чех кв-ов 4x4 есть центр клетка какого-л креста => крестов хотя бы 4

Ответ. 4

Задание 5



На данном гр-ке, все, что в полож числах относ у - множество A в отриц числах - множество B По усл, нужно 2 корня где $X_1 \in A$ $X_2 \in B$ =>

$(k-2)x^2+(k-1)^2x+k=0$ 1) Решим как кв урав по т Виета

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1+x_2=-\frac{(k-1)^2}{k-2} \\ x_1x_2=\frac{k}{k-2} \end{cases}$$

Для того, чтобы $x_1 x_2 > 0$ нужно чтобы $k>2$, но при $k>2$ $x_1+x_2<0 \Rightarrow x_1<0$ и $x_2<0 \Rightarrow$

$\Rightarrow k>2$ неудовл v

При $k=2$ $x+2=0 \Rightarrow x=-2$ - не явл-ся элем A не явл-ся элем B =>

$\Rightarrow k\neq 2$

Теперь рас-им интерв $k\in(0,2) \Rightarrow x_1x_2<0$ $x_1+x_2>0 \Rightarrow$ т к $x_1x_2<0$, то либо $x_1<0$ либо $x_2<0$ - W

[redacted]

Случай, при $k=0$; $x_1x_2=0$ $x_1+x_2=\frac{1}{2} \Rightarrow$ [redacted] 0 и $\frac{1}{2}$ явл-ся корнями

1) $(0;1)\cup(2;3)\cup(4,5)$ — 0 не яв-ся элементом A

Аналогично для B

2) Из вышесказанного вывод: $\underline{k<0}$ v

Если будем подстав $x=0$, то получим $f(0)=k$

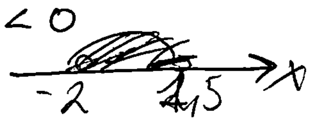
Если подстав $\underline{x=1}$ то $f(1)=k-1$

Рас-им при $k<-1$ получаем систему.

$$\begin{cases} k<0 \\ k^2-1>0 \end{cases} \Rightarrow$$ Существует корень на $(0,1)$. Подставим в A и др значения

1) $f(1)=k^2-1$
2) $f(2)=2k^2+k-6$
3) $f(3)=3k^2+4k-15$
4) $f(4)=4k^2+9k-28$
5) $f(5)=5k^2+16k-45$
6) $f(6)=6k^2+25k-66$

Если элемент $(1;2) \Rightarrow k^2-1>0$
$\Rightarrow 2k^2+k-6<0$, что равносильно
$(k+2)(2k-3)<0$

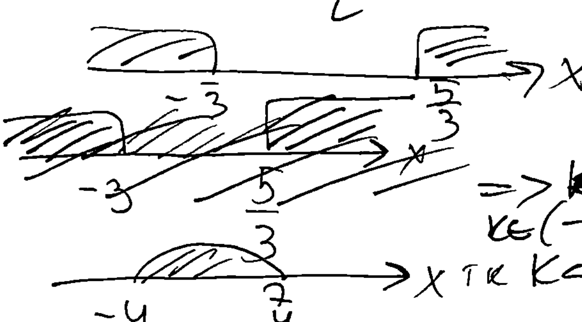


k - элемент $(-2, 1,5)$

По усл выше знаем, что $k<1 \Rightarrow k$ элемент $(-2,1)$

Если $x\in(3,4)$, тогда $\begin{cases} f(3)>0 \\ f(4)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3k^2+4k-15>0 \\ 4k^2+9k-28<0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(k+3)(k-\frac{10}{6})>0 \\ 4(k+4)(k-\frac{7}{4})<0 \end{cases}$$



$\Rightarrow k\in(-4,-3)$ т.к. $k<0$

$\Rightarrow$ сущ корень $\in(3,4)$

$$\begin{cases} f(5)>0 \\ f(6)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5k^2+16k-45>0 \\ 6k^2+25k-66<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5(k-\frac{9}{5})(k+5)>0 \\ 6(k+6)(k-\frac{11}{6})<0 \end{cases} \Rightarrow k\in(-6,-5)$$ т.к. $k<0$

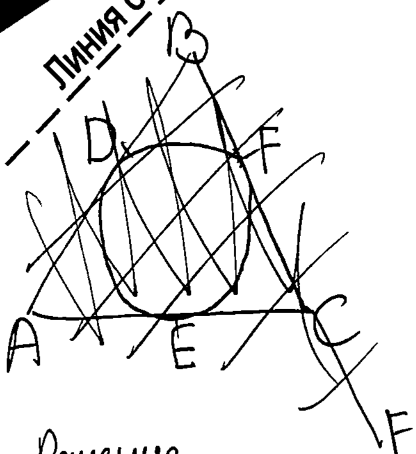
$\Rightarrow$ сущ корень $\in(5,6)$

Ответ $k\in(-2,-1)\cup(-4,-3)\cup(-6,-5)$

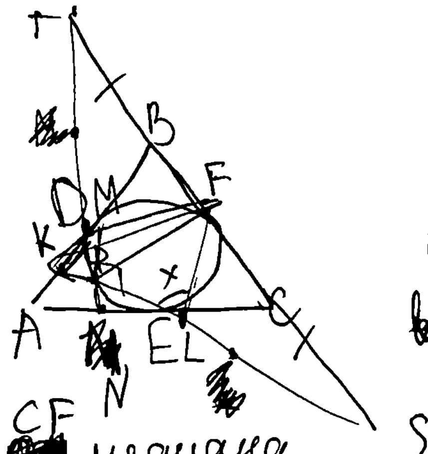
Задание 4

$\triangle ABC$ равност
$P\in DE$
$l_1\cap AB=K$
$l_2\cap AC=L$
Док-ть $MK+LN=ST$

Бланк ответов



BS = CT =>
=> BT = CS



Решение

FD = CT (F серед BC) => FS = FC => CF медиана => ΔPSF р/б $\angle PFS = 90 - \frac{x}{2}$

в прямоуг Δ ке Пусть $\angle PEF = x$

тогда $\angle MKP = 60 - \angle PFS = \frac{x}{2} - 3$ С др стороны $\angle DPK = \angle DPF -$

$- \angle KPF = 60 - (90 - \frac{x}{2}) = \angle MKP$ т е ΔKDP р/б (PD медиана в ΔMKP)

ΔMPK прямоуг

тогда по т Помпею $\underline{DP + PE = PF} = \frac{1}{2} ST$ и $DP = \frac{MK}{2}$, $\underline{PE = \frac{LN}{2}}$ тогда

$\frac{(MK + LN)}{2} = \frac{ST}{2}$ из чего и следует

не доказано

3