ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101714306341

Титульный лист

Направление	☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история	
	☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык	
	☐ физика ☐ химия	
Класс	☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11	
Фамилия	ПЕТРОВ	
Имя	ДАНИИЛ	
Отчество	ЯРОСЛАВОВИЧ	
Дата рождения	22 04 2008	
Город участия	ЕКАТЕРИНБУРГ	
Аудитория	С309	

Дата 02 02 2026 **Подпись** ПД

Пример заполнения АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ
ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101714306341

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс

- [ ] 8
- [ ] 9
- [ ] 10
- [x] 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	3	–	5	0	20					
Балл члена жюри №2	3	0	5	0	20					

Итоговый балл 28

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№1

Заметим что для выполнения равенства $f(\overline{ab})\, f(\overline{bc})\, f(\overline{ca}) = abc$ надо чтобы значение каждой функции равнялось первой цифре ~~этого~~ аргумента функции либо последнему это надо доказать

=> I случай $\exists$ значения всех функций равно первой цифре аргумента

=> $f(11) + \ldots + f(19) + f(21) + \ldots + f(99) = 1\cdot 9 + 2\cdot 9 + 3\cdot 9 + 4\cdot 9 + 5\cdot 9 + 6\cdot 9 + 7\cdot 9 + 8\cdot 9 + 9\cdot 9 = 45\cdot 9 = 405$

II случай $\exists$ значения всех функций равно последней цифре аргумента

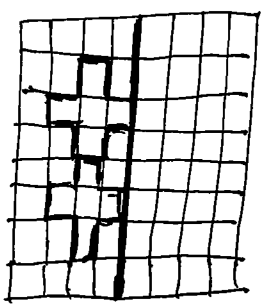
=> $f(11) + \ldots + f(19) + f(21) + \ldots + f(99) = (1+2+3+4+5+6+7+8+9)\cdot 9 = 405$

−

=> ответы из I и II случая совпадают => Ответ 405

№3

Нарисуем поле 8×8 и разделим его на ~~квадраты~~ прямоугольники 8×4



минимальное количество крестов помещающихся в такой прямоугольник - 2 они расположены в воображаемых квадратах 4×4, на которые раздит этот прямоугольник отобразим этот прямоугольник => зеркально стороны на которую прилегаю- щими кресты, получаем квадрат 8×8 в который вписано 4 креста, без возможности вписать больше =>

Ответ 4

Почему при переходе от доски 8×4 к 8×8 не уменьшается количество требуемых крестов?

пример без оценки

+

Как?

№2

максимум за один ход игрок может ~~отрезать~~ убрать 15 клеток из игры (одной змейкой)

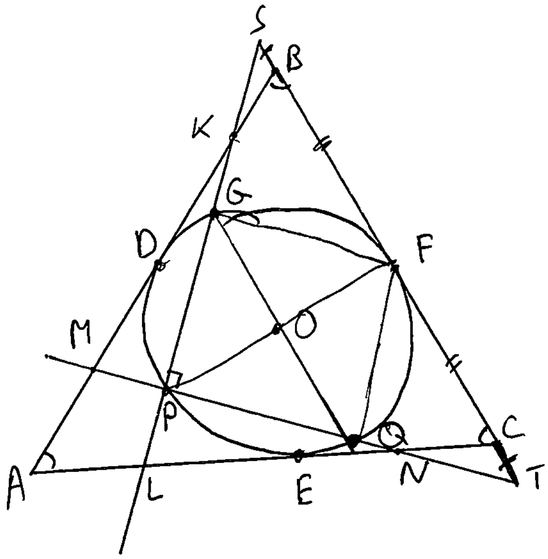
Если первый рисует любую змейку, тогда второй будет рисовать такую чтоб клетки выходящие из игры за один ход равнялись 23 (Дима закрасил 9, а Максим 14 - пример).

$2025 \cdot 2025 = 4100625$

$4100625 \,|\, 23 = 178288$ (1 ост) => тогда получается так что Максим сделает последний ход (178288 четное), а на Диму 8 клеток расположенных рядом не хватит => Максим выиграет при правильной игре независимо от игры Димы

−

№4



$SB = CT$

$BF - FC$

P - лежит на окр

В $\triangle PST$ проведем PF

$\triangle PST$ прям/уг

$SF = FT$ => PF - мед

=> $PF = SF = FT$

$PS \cap \smile DF = G$

$PT \cap \smile FE = Q$

GF - ср лин $\triangle PST = \frac{1}{2} PT$

QF - ср лин $\triangle PST = \frac{1}{2} SP$

−

Бланк ответов

№5

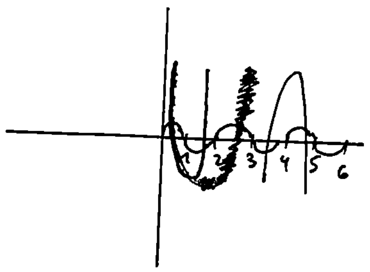
$(k-2)x^2+(k-1)^2x+k=0$

Введем функцию

$f(x)=(k-2)x^2+(k-1)^2x+k$

$f(x)$ - парабола => нам надо чтоб т пересечения с Ox лежала на нужных промежутках

два примера подходящих нам



найдем $f(0)=k$

$f(1)=k^2-1$

$f(2)=4(k-2)+2(k-1)^2+k=4k-8+2k^2-4k+2+k=2k^2+k-6$

$f(3)=9(k-2)+3(k-1)^2+k=9k-18+3k^2-6k+3+k=3k^2+4k-15$

$f(4)=16(k-2)+4(k-1)^2+k=16k-32+4k^2-8k+4+k=4k^2+9k-28$

$f(5)=25(k-2)+5(k-1)^2+k=25k-50+5k^2-10k+5+k=5k^2+16k-45$

$f(6)=36(k-2)+6(k-1)+k=36k-72+6k^2-12k+6+k=6k^2+25k-66$

Пусть $k>2$ (ветви параболы направлены вверх)

+

Пусть первый корень принадлежит $(0\ 1)$

$\begin{cases} f(0)>0 \\ f(1)<0 \end{cases}$ $\begin{cases} k>0 \\ k^2-1<0 \end{cases}$ $\begin{cases} k>0 \\ k\in(-1\ 1) \end{cases}$ нет корней

Пусть первый корень принадлежит $(1;2)$

$\begin{cases} f(1)>0 \\ f(2)<0 \end{cases}$ $\begin{cases} k\in(-\infty\ -1)\cup(1\ \infty) \\ k\in(-2;\ \frac{3}{2}) \end{cases}$ $\Rightarrow k\in(-2\ -1)\cup(1\ \frac{3}{2})$ но $k>2$ => нет корней

Пусть первый корень на $(2\ 3)$

$\begin{cases} f(2)>0 \\ f(3)<0 \end{cases}$ $\begin{cases} k\in(-\infty;\ -2)\cup(\frac{3}{2}\ \infty) \\ k\in(-3,\ \frac{5}{3}) \end{cases}$ | т.к. $k>2$ => нет корней

Пусть первый корень на $(3\ 4)$

$\begin{cases} f(3)>0 \\ f(4)<0 \end{cases}$ $\begin{cases} k\in(-\infty;\ -3)\cup(\frac{5}{3}\ \infty) \\ k\in(-4;\ \frac{7}{4}) \end{cases}$ | $k>2$ => нет корней

Пусть первый корень на $(4\ 5)$

$\begin{cases} k\in(-\infty\ -4)\cup(\frac{7}{4},\ \infty) \\ k\in(-5;\ \frac{9}{5}) \end{cases}$ | нет корней

Пусть первый на $(5\ 6)$

$\begin{cases} k\in(-\infty\ -5)\cup(\frac{9}{5};\ \infty) \\ k\in(-6;\ \frac{11}{6}) \end{cases}$ | нет корней

$\Rightarrow k-2<0$

см на обороте

№5 продолжение

понимаем что ветви параболы обязаны смотреть вниз $\Rightarrow$

$k-2<0 \Rightarrow k<2$

∃ первый корень на $(0;1)$

$\begin{cases} f(0) < 0 \\ f(1) > 0 \end{cases} \Big| \Rightarrow k\in(-\infty;-1)$ надо чтоб второй корень попадал в промежутки В

$\begin{cases} k\in(-\infty;-1) \\ f(2)<0 \end{cases}$ $\begin{cases} k\in(-\infty;-1) \\ k\in(-2;\frac{3}{2}) \end{cases} \Big| k\in(-2;-1)$

$\begin{cases} k\in(-\infty;1) \\ f(3)>0 \\ f(4)<0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} k\in(-\infty;1) \\ k\in(-\infty;3)\cup(\frac{5}{3};\infty) \\ k\in(-4;\frac{7}{4}) \end{cases} \Big| \Rightarrow k\in(-4;3)$

$\begin{cases} k\in(-\infty;1) \\ f(5)>0 \\ f(6)<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k\in(\infty;-1) \\ k\in(-\infty;-5)\cup(\frac{9}{5};\infty) \\ k\in(6;\frac{11}{6}) \end{cases} \Big| \Rightarrow k\in(-6;-5)$

∃ первый корень на $(1;2)$

$\begin{cases} f(1)<0 \\ f(2)>0 \end{cases} \Big| \Rightarrow k\in\varnothing$

∃ первый корень на $(2;3)$

$\begin{cases} f(2)<0 \\ f(3)>0 \end{cases} \Big| \Rightarrow k\in\varnothing$

∃ первый корень на $(3;4)$

$\begin{cases} f(3)<0 \\ f(4)>0 \end{cases} \Big| \Rightarrow k\in\varnothing$

∃ первый корень на $(4;5)$

$\begin{cases} f(4)<0 \\ f(5)>0 \end{cases} \Big| \Rightarrow k\in\varnothing$

∃ первый корень на $(5;6)$

$\begin{cases} f(5)<0 \\ f(6)>0 \end{cases} \Big| \Rightarrow k\in\varnothing$

Ответ $k\in(-6;-5)\cup(-4;-3)\cup(-2;-1)$

Линия отреза

Бланк ответов