ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026436075870

Титульный лист

Направление

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия ПОТАПЕНКО

Имя КСЕНИЯ

Отчество ЕГОРОВНА

Дата рождения 29 07 2008

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 106

Дата 02 02 2026 **Подпись**

Пример заполнения

АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ
ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026436075870

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс

- [ ] 8
- [ ] 9
- [ ] 10
- [x] 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с ... до ...

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	~~0~~	0	–	0					
Балл члена жюри №2	20	0	0	–	6					

Итоговый балл 23

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Бланк ответов

№1

Из условия: $\underset{(1)}{f(\overline{ab})} \cdot \underset{(2)}{f(\overline{bc})} \cdot \underset{(3)}{f(\overline{ca})} = \underset{(4)}{\overline{abc}}$

- 1 — дает либо a, либо b.
Допустим, что a, тогда 3 дает c (т.к. в 4 a в 1 степени), аналогично 2 дает b однозначно ✓
- 1 дает b, тогда 2 дает c (т.к. ~~[illegible]~~ b в 4 в 1ой степени => 2 не может давать b, значит дает только c), аналогично 3 — дает a ✓

Выходит два случая: что все функции возвращают либо первую цифру, либо вторую (у двузначных чисел).

- I (возвращают первую цифру), тогда сумму можно переписать как

$$\underbrace{1+\ldots+1}_{9\ \text{цифр}} + \underbrace{2+\ldots+2}_{9} + \underbrace{3+\ldots+3}_{9} + \ldots + \underbrace{9+\ldots+9}_{9} =$$

$$= 9(1+2+3+4+5+6+7+8+9) = 9 \cdot \frac{1+9}{2} \cdot 9 = 9 \cdot 45 = 405$$

прогрессия

+

- II (возвращают вторую цифру), тогда исходную сумму можно переписать как (см оборот) →

$$\underbrace{1+2+\ldots+9}_{9\ \text{цифр}} + \underbrace{1+2+\ldots+9}_{9\ \text{цифр}} + \ldots + \underbrace{1+2+3+\ldots+9}_{9\ \text{цифр}} =$$

$= 9(1+2+3+4+5+6+7+8+9) = 405$

$\boxed{\text{Ответ } 405}$

№2

~~Покажем~~

Заметим, что Дима рисует всегда „нечетную" змейку ($1, 3, 5$), а Максим „четную". Еще можно заметить, что раз выигрыш происходит независимо от ходов ~~соперника~~, то неважно как мы будем располагать змеек.

Выделим на поле ~~квадрат~~ прямоугольник 2024×2025 который можно заполнить змейками полностью (в ряду $2024 : 8 = 253$ змейки, в квадрате $253 \cdot 2024 = 512325$, последняя змейка - ~~четная~~ нечетная (ход ~~Максима~~ Димы)), у нас осталась вертикальная полоска 1×2025, там максимум можно расположить снова 253 змейки.

Теперь если начать отсчет четности и нечетности змеек заново (как бы забыть про предыдущий прямоугольник), то сейчас ход Максима. Теперь он ставит нечетных змеек. Получается, что и последнюю (253) змейку в этой полосе поставит он.

Останется одна клеточка, поэтому Дима не может поставить змейку туда. Он проиграл (см. след. стр.)

Линия отреза

Бланк ответов

стратегия не описана

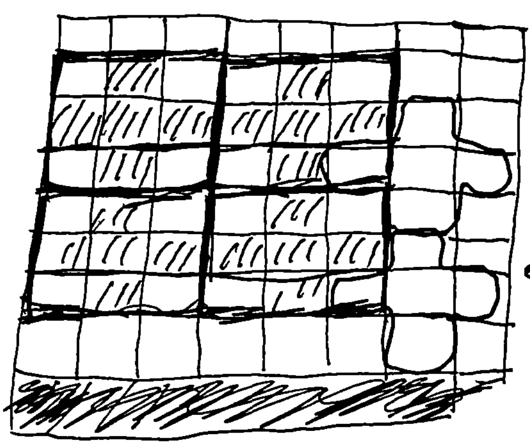
~~Ответ к №2 Дурка~~

⊖

№3

Рассмотрим квадрат 3×3 в него всегда можно поместить крестик. В квадрате 8×8 можно разместить 4 квадрата 3×3 => одинаково минимум 4 креста

не док

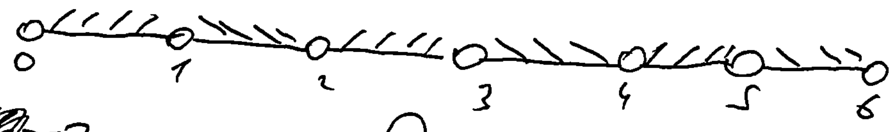


← пример ~~...~~ вырезки

⊖

№5

Нужно рассмотреть 2 случая $k>2$ (парабола с ветвями вверх), $k<2$ (с ветвями вниз), $k=2$ – не подходит, т.к. уравнение становится линейным относительно x



A – ///
B – \\\

Для удобства посчитаем функцию в каждой выколотой точке.

$f(0)=k$
$f(1)=k^2-1$
$f(2)=2k^2+k-6$
$f(3)=3k^2+4k-15$
$f(4)=$ ~~...~~ $4k^2+9k-28$

$f(5)=5k^2+16k-45$
$f(6)=6k^2+25k-60$

(см на обороте)

при $k>2$, всегда положительны ✓
$f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, $f(5)$, $f(6)$, $f(4)$

~~имеют неотрицательный знак~~
~~$f(4)=-4k^2+5k+8$, любая функция~~

~~иначе два решения в данной ситуации возможно только тогда $f(4)<0$~~

~~$f(4)>0$~~

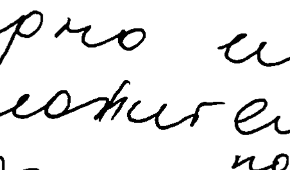
~~и чтобы корни принадлежали разным множествам корни при таком условии будут~~
~~всегда принадлежать разным множествам, т.к. если на интервале $(9;4)$ $f(9)>0$ и $f(4)<0$, то на нем есть корень => на интервале $(3,4)$ - есть корень и на $(4,5)$ - тоже (т.к. это разные множества)~~

$4k^2+9k-28<0$

~~$D=25+16\cdot 28=$~~

верно что функция всегда положительна на этом отрезке, поэтому корней нет при $k>0$, ~~(...)~~ либо корни принадлежат одному множеству (не подходит)

пр



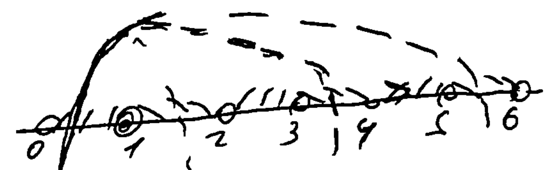
VI) 1) k^2-1 или $k>1$ — парабола с ветвями вверх

Положительны $f(1)>0$

все остальные имеют "неопределенный" знак, чтобы было два корня в данной ситуации нужно, чтобы $f(0)<0$, иначе один из корней будет за пределами множеств.

Получается (при $f(1)>0$ и $f(0)<0$) что на отрезке $(0,1)$ — есть корень, который принадлежит А, а второй должен принадлежать В

+ −



1) $k<-1$ или $k>1$ и $k<2$ $\Rightarrow$ $f(1)>0$

$\begin{cases} f(0)<0 \\ f(2)>0 \end{cases}$ $\begin{cases} f(0)<0 \\ f(2)<0 \\ f(3)>0 \end{cases}$ $\begin{cases} f(0)<0 \\ f(6)\le 0 \\ f(5)>0 \end{cases}$

$k<0$

$6k^2+25k-66<0$

$5k^2+16k-45$

$\boxed{k\in(-6;-5)}$

$\begin{cases} k<0 \\ 2k^2+k-6<0 \end{cases}$

$D=1+48=49$

$k_1=\frac{-1+7}{4}$ $k_2=\frac{-1-7}{2}$

$k\in(-4, \frac{3}{2})$

с учетом и $k<-1$

$\boxed{k\in(-4; -1)}$

$\begin{cases} k<0 \\ 4k^2+9k-18<0 \\ 3k^2+4k-15>0 \end{cases}$

$D=81+448=29^2$

$k_1=\frac{-9+29}{8}$ $k_2=\frac{-9-29}{8}=-\frac{19}{4}$

не подходит

$\boxed{k\in(-\frac{19}{4}, -\frac{28}{6})}$

$D=16+180=14^2$

$k_1=\frac{-4-14}{6}=-\frac{28}{6}$

$k_2=\frac{-4+14}{6}=$ не подходит

2) $k<2$, $k \in (-1, 1) \Rightarrow f(1)<0$

тогда нет нужного корня на $(0;1)$, ~~нет больше~~ и рассмотрим случаи

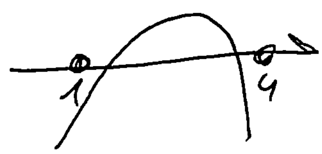
$$\begin{cases} f(2)>0 & (-8, \frac{68}{4}) \\ f(3)<0 & (-\frac{28}{6}, \frac{10}{6}) \end{cases} \quad \begin{cases} f(4)>0 \\ f(5)<0 \\ f(2)>0 \end{cases}$$

$f(4)>0$ – на $(-1;1) <0$

$\boxed{k \in (-1, 1)}$

$f(4)$ на $k \in (-1, 1)$ всегда <0

получается нет возможно лишь



ещё

$$\begin{cases} f(3)>0 \\ f(2)<0 \end{cases}$$

~~нетвоз~~, но при $k \in (-1; 1)$ $f(3)>0$, поэтому единственный возможный случай рассмотрен

Ответ $k \in (-1, 1) \cup (-4, -1) \cup (-6, -5) \cup (-\frac{10}{4}, -\frac{28}{6})$

⊖