ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026465045864

Титульный лист

Направление

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия ЯХУТДИНОВ

Имя АЛЕКСЕИ

Отчество ВАКИЛЬЕВИЧ

Дата рождения 04 08 2008

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория Э404

Дата 02 02 2026

Подпись

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026465045864

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов – –   Количество черновиков к проверке – –

Время выхода с 12 20 до 12 22

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	–	5	–	20					
Балл члена жюри №2	20	–	5	–	20					

Итоговый балл 45

Подпись члена жюри №1   **Подпись члена жюри №2**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Бланк ответов

Во №1

Рассмотрим цепь для выражения

$F(\overline{ab})F(\overline{bc})F(\overline{ca}) = abc$

Возьмём ~~функцию~~ число $F(\overline{ab})$

$$a \leftarrow F(\overline{ab}) \rightarrow b$$

Если ~~функция~~ $F(\overline{ab})$ равна „в", то $F(\overline{bc})$ - гарантировано равно с (т к одно и тоже число не может встретиться дважды) Если $F(\overline{bc}) = c \Rightarrow F(\overline{ca}) = a$

(Подобные рассуждения рассмотрим для случая $F(\overline{ab}) = a$

$$F(\overline{ca}) \Leftarrow \underline{a} \leftarrow F(\overline{\underline{a}\underline{b}}) \rightarrow \underline{b} \Rightarrow F(\overline{b\underline{c}}) \Rightarrow \underline{c} \Rightarrow F(\overline{ca}) \Rightarrow \underline{a}$$

$$\swarrow \underline{c} \Rightarrow F(\overline{\underline{b}c}) \Rightarrow \underline{b}$$

Заметим, что в случае если ~~$F(ab)$~~ одно из значений функции равно цифре, стоящей в разряде единиц, то все ~~функц~~ значения функции в выражении равны цифре в разряде единиц (Аналогично и для цифры, стоящей в разряде десятков) ~~=> √~~

~~$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} F(i) =$~~ т.к. данное утверждение верно для любых ненулевых a, b, c, то значит, если хотя бы ~~1 функция~~ для 1-й функции соблюдается $F(\overline{xy}) = y$, то для всех $F(\overline{A})$ - это верно (Аналогично для $F(\overline{xy}) = x$

Тогда сумма:

$\sum_{i=11}^{99} F(11)+F(12)+\ldots+F(19)+F(21)+\ldots F(29)+\ldots+F(91)+\ldots+F(99) = \Sigma$

1) для $F(\overline{xy})=y$. $(y;x)\in\{1,2,\ldots,9\}$

$\Sigma = \underbrace{1+2+\ldots+9+1+2+\ldots+9+\ldots+1+\ldots+9}_{9\text{ раз}} = 45\cdot 9 = 405$

2) для $F(\overline{xy})=x$ $(y,x)\in\{1,2,\ldots,9\}$

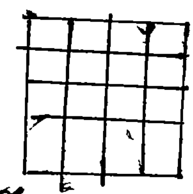
$\Sigma = \underbrace{1+1+\ldots+1}_{9\text{ р}}+\underbrace{2+2+\ldots+2}_{9\text{ р}}+\ldots+\underbrace{9+\ldots+9}_{9\text{ р}} = 45\cdot 9 = 405$

Ответ 405.

№3

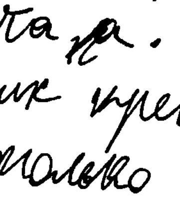
~~Разобьем квадрат 8×8 на~~

Рассмотрим квадрат 4×4



крест может располагаться на нескольких таких квадратах

Заметим, что наименьшее кол-во ~~ф~~ заданных фигур (далее крестов) в этом квадрате равно 1.
Это так, потому что 0 крестов в квадрате находится не может, т.к. будет 16 клеток для расположения креста. Если квадрат не включает в себя „обрезанные" кресты, то в клетках внутри квадрата располагается только один крест. Пример. И как из этого следует оценка



(Цифры в клетках - кол-во соседей клетки по стороне, не считая клетки из вне) =>

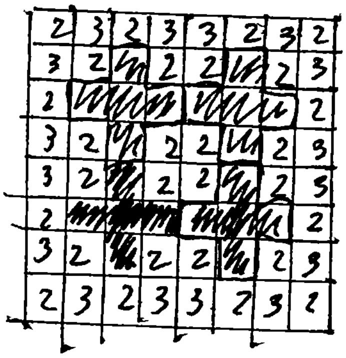
В квадрате $8\times 8 \geq 4$ креста — оценка

↓

Линия отреза

Бланк ответов

Пример



- пример

+

Ответ. 4

№5 $A = (0,1)\cup(2,3)\cup(4,5)$; $B - (1,2)\cup(3,4)\cup(5,6)$

$f(x) = (k-2)x^2 + (k-1)^2 x + k = 0$ $\exists\, x_1, x_2$ $f(x_1) = f(x_2) = 0$ $x_1 \in A$; $x_2 \in B$

Заметим, что при $k \neq 2$, $x = -k$

$(k-2)k^2 + (k-1)^2(-k) + k = k^3 - 2k^2 - k^3 + 2k^2 - k + k = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ один из корней - это „$-k$“

Найдем второй корень делением многочленов

$$\begin{array}{l|l} -(k-2)x^2 + (k^2-2k+1)x + k & x+k \\ (k-2)x^2 + (k^2-2k)x & (k-2)x + 1 \Rightarrow \\ \quad -\,x+k & \\ \quad\,x+k & \\ \quad\quad 0 & \end{array}$$

$\Rightarrow f(x) = (k-2)(x+k)(x + \frac{1}{k-2}) = 0 \Rightarrow$ второй корень - $x_2 =$

$= -\frac{1}{k-2} = \frac{1}{2-k}$

$A / \in B$

Если необходимо, чтобы 1-й корень - $x_1 = -k \in A/B \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $k < 0$ $\Rightarrow k - 2 \neq 0 \Rightarrow 0 < \frac{1}{2-k} < \frac{1}{2}$ При всех $k < 0$

+

Если $0 < x_2 < \frac{1}{2}$ $\Rightarrow x_2$ - всегда принадлежит A ->

$\Rightarrow x_2 \in B \Rightarrow -k \in (1,2)\cup(3,4)\cup(5,6) \Rightarrow k \in (-6,-5)\cup(-4,-3)\cup(-2,-1)$

Т.к при всех подобных k $f(x)$ - является кв ур-м, x_2 - существует и $\in (0; \frac{1}{2}) \in A \Rightarrow$ Ответ $k \in (-6,-5)\cup(-4,-3)\cup(-2,-1)$