ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026764019110

Титульный лист

Направление: ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс: ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия: НИКИТИН

Имя: ВЛАДИМИР

Отчество: МИХАЙЛОВИЧ

Дата рождения: 06 01 2009

Город участия: ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория: С309

Дата: 02 02 2026

Подпись:

Пример заполнения: АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ
ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026764019110

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	8	20	0	7					
Балл члена жюри №2	20	8	20	0	7					

Итоговый балл 55

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Бланк ответов

1 Очевидно, что для любого $\overline{aa}$ $f(\overline{aa}) = a$

Мы знаем, что $f(\overline{ab})\, f(\overline{bc}) \cdot f(\overline{ca}) = abc$ для любых ненулевых цифр a, b, c

Подставим $a = x$, $b = y$, $c = y$

$f(\overline{xy}) \cdot \cancel{f(\overline{yy})}\, f(\overline{yx}) = x\, y\, \cancel{y}$

$f(\overline{xy}) \cdot f(\overline{yx}) = x \cdot y$ для любых ненулевых цифр x и y

Это означает, что среди любых $f(\overline{xy})$, $f(\overline{yx})$ – какая-то вернёт x, какая-то y $\Rightarrow$ ~~для любых~~ $f(\overline{xy})$ и $f(\overline{yx})$ ~~всегда~~ возвращает x и y 2 разных значения (если только не $x = y$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow f(\overline{xy}) + f(\overline{yx}) = x + y$ ✓ для любых ненулевых цифр x и y

Например, $f(21) + f(12) = 3$

~~[illegible]~~ В сумме $f(11) + \ldots + f(19) + f(21) + \ldots + f(29) + \ldots + f(91) + \ldots + f(99)$ есть 9 слагаемых вида $f(\overline{aa})$ – $f(11), f(22), \ldots, f(99)$, их сумма – $1 + 2 + \ldots + 9 = 45$.

Среди оставшихся слагаемых для каждой цифры (пусть x) есть 8 слагаемых вида $f(\overline{xa})$ и 8 слагаемых вида $f(\overline{ax})$ (a – какая-то цифра, $a \neq x$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ каждая цифра войдёт в итоговую сумму ещё по 8 раз $\Rightarrow$

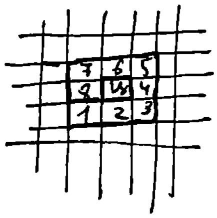
$\Rightarrow f(11) + \ldots + f(19) + \ldots + f(91) + \ldots + f(99) = 45 + 8(1 + 2 + 3 + \ldots + 9) = 45 + 8 \cdot 45 = 405$

Ответ: 405

2 Выигрывает всегда Дима

Стратегия для Димы:

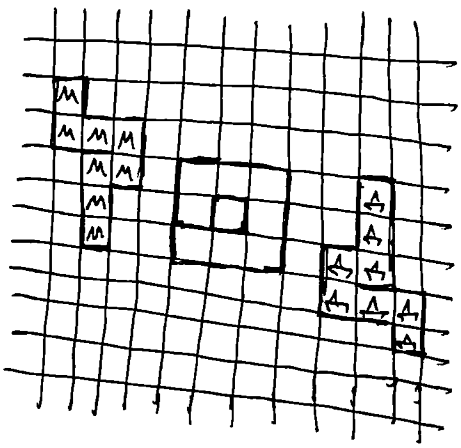
Первым ходом в центре поля нарисовать змейку, как на ~~рисунке~~ рисунке:



ц – центральная клетка поля такая есть, т.к. поле 2025×2025 (2025 ⋮̸ 2)

Далее после любого хода Максима нужно рисовать змейку, ~~...~~ симметричную змейке Максима относительно центра поля ✓

Например



М – змейка максима

Д – последующая змейка Дани

Почему Максим не может сделать такой ход, на который Дима не сможет симметрично ответить? Например одной змейкой занять клетку и ее симметричное отображение

Таким образом, ~~Дима~~ Даня всегда может делать ходы, пока может Максим,

т.к. Если у Максима нашлось место для змейки, у Дани тоже найдется ⇒ Не доказано

⇒ Даня всегда выигрывает

Ответ Даня

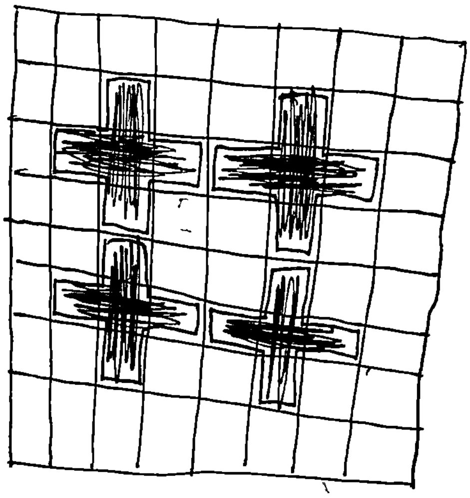
стратегия без док-ва

3 Наименьшее кол-во крестов – 4,

Пример для 4:

Линия отреза

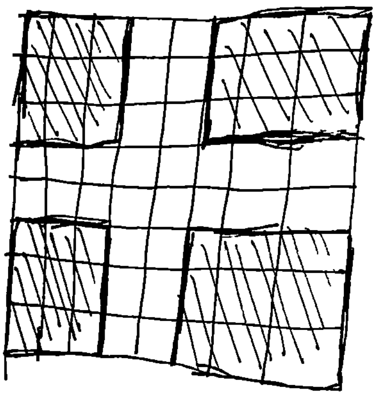
Бланк ответов



Из оставшейся части доски нельзя вырезать ещё кресты

Покажем, что ~~[illegible]~~ 4 - наименьшее

Рассмотрим на доске 4 области:



В каждой из этих областей достаточно места, чтобы вырезать крест =>

=> надо перекрыть хотя бы часть каждой из областей ~~каждой крест~~

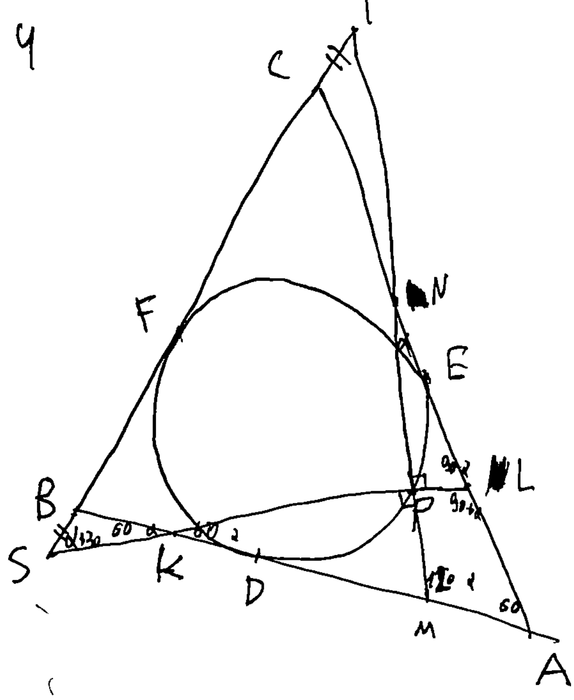
1 крест может перекрыть часть только 1 области =>

=> Понадобится как минимум 4 креста

(+)

Ответ 4

4



Пусть угол $\angle PNL = \alpha$, тогда

$\angle NLP = 90 - \alpha$

$\angle ALP = 90 + \alpha$

$\angle AMP = 360 - 90 - 60 - 90 - \alpha = 120 - \alpha$

$\angle PMK = \alpha + 60$

$\angle PKM = 30 - \alpha$

$\angle BKS = 30 - \alpha$

$\angle BSK = 180 - 30 + \alpha - 120 = \alpha + 30$

$\angle TNC = \alpha$

$\angle CTN = 180 - 120 - \alpha = 60 - \alpha$

$\ominus$ противоречий нет

~~Пусть~~

~~По т о кас и сек~~ PL

5 $(k-2)x^2 + (k-1)^2 x + k = 0$

Пусть $t = k-1$, тогда $k \neq 2$, $t \neq 1$

$(t-1)x^2 + t^2 x + t + 1 = 0$

$D = t^4 - 4(t-1)(t+1) = t^4 - 4t^2 + 4 = (t^2-2)^2$

$x = \dfrac{-t^2 \pm (t^2-2)}{2t-2}$

$$\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{-t^2 + t^2 - 2}{2t-2} \\ x = \dfrac{-t^2 - t^2 + 2}{2t-2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{1-t} \\ x = \dfrac{-2t^2 + 2}{2t-2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{1-t} \\ x = \dfrac{-t^2 + 1}{t-1} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{1-t} \\ \vee \\ x = -t-1 \end{array}\right. \Rightarrow$$

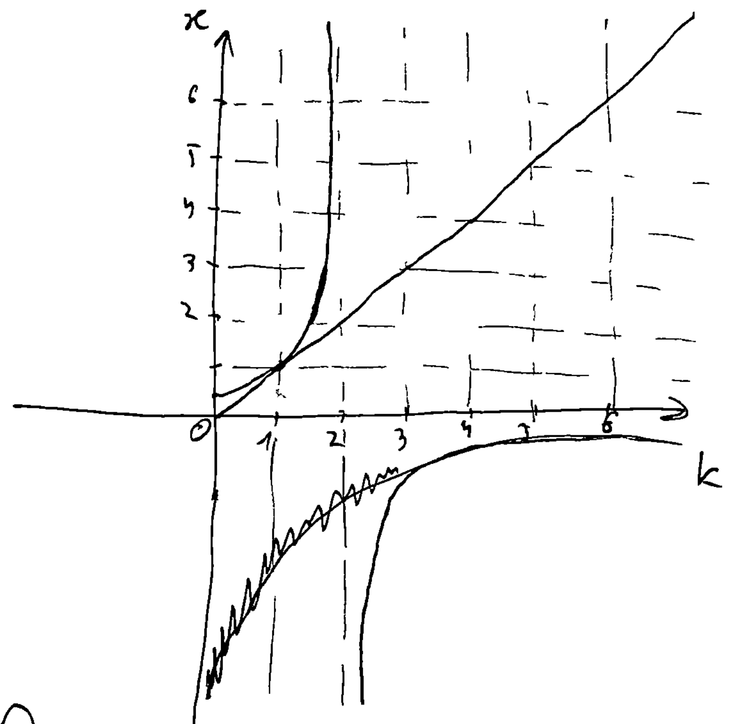
$$\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{2-k} \\ x = k \end{array}\right.$$

$x = \frac{1}{2-k}$ — гипербола с вершиной в ~~…~~
$x=0$ $k=2$
~~…~~

$x = k$ — прямая

потерян „минус" при обратной замене, дальнейшие рассуждения неверны

Нарисуем в осях k x



~~Рассматриваем только положит~~

Один из корней $\in (0,1) \cup (2;3) \cup (4,5)$, ~~второй~~ другой $\in$

$\in (1;2) \cup (3;4); (5;6)$ ~~Подходит~~ При $k>2$ одно из решений $<0 \Rightarrow$

$\Rightarrow k>2$ не подходит При $k \in (0;1)$ оба корня $\in (0;1)$ ~~…~~ $\Rightarrow$

~~один из корней <0~~ $\Rightarrow k \in [0;1)$ не подходит При $k \le 0$ один из корней $\leq 0 \Rightarrow k \leq 0$ не подходит $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Может подойти только $k \in (1, 2)$ $k \in \{1, 2\}$ тоже не подходит, т.к. корень $x = k$ не ~~попадает~~ попадает ни в A, ни в B

~~Корень~~ При $k \in (1, 2)$ корень $x = k \in (1, 2) \Rightarrow$ корень

$x = \frac{1}{2-k} \in (0, 1) \cup (2; 3) \cup (4, 5) \Rightarrow$

$\Rightarrow k \in (1\frac{1}{2}, 1\frac{2}{3}) \cup (1\frac{3}{4}, 1\frac{4}{5})$

Ответ $(1\frac{1}{2}, 1\frac{2}{3}) \cup (1\frac{3}{4}, 1\frac{4}{5})$