ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101290605657

Титульный лист

Направление

- [ ] анализ данных
- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс

- [ ] 8
- [ ] 9
- [ ] 10
- [x] 11

Фамилия ШИПИЛОВ

Имя МИХАИЛ

Отчество АРТЕМОВИЧ

Дата рождения 18 09 2007

Город участия УФА

Аудитория 9-501

Дата 02 02 2026 **Подпись**

Пример заполнения АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

3101290605657

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия УФА

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	2	12	11	0	0					
Балл члена жюри №2	2	12	11	0	0					

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Бланк ответов

Задание 4 0б

Тк больше 2 вершин с нечетной степенью (верш 3 - степ 3, верш 10 - степ 3, верш 13 степ 3 и др), то Эйлерова пути не существует, а значит посетить все ребра невозможно

Задание 3 11б

Сопоставим базовые выражение с выражениями со стрелкой пирса

$\sim a = a \downarrow a$ +2

$a \vee b = (a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow b)$ +2

$a \wedge b = (a \downarrow a) \downarrow (b \downarrow b)$

$a \to c = \sim a \vee c$

Перепишем исходное выражение используя данные преобразования

$(a \wedge b) \vee (a \to c) = ((a \downarrow a) \downarrow (b \downarrow b)) \downarrow ((a \downarrow a) \downarrow c) \downarrow ((a \downarrow a) \downarrow c)) \downarrow$

$((a \downarrow a) \downarrow (b \downarrow b) \downarrow ((a \downarrow a) \downarrow c) \downarrow ((a \downarrow a) \downarrow c))$ +7б

Задание 2 =12б

$S = A + B$, $0 \leq S \leq 2046$

Но тк S ровно 10 бит, то $0 \leq S \leq 1023$, те $A + B < 1024$

Всего ~~[illegible]~~ 10 битных палиндромов, где

$b_9 = b_0$, $b_8 = b_1$ и тд

~~[illegible]~~ существует $2^5 = 32$ +2

~~[illegible]~~ упорядочных пар A, B существует, ~~[illegible]~~, что $A + B \leq 1023$, их всего $S + 1$, тк A ~~[illegible]~~ $= 0, 1 \ldots S$

Тк (A, B) и (B, A) - это одно и тоже, то достаточно считать пары $A \leq B$ Условие $A \leq S$ ~~[illegible]~~ дает $A \leq \frac{S}{2}$

Те A может принимать значение $0, 1, 2 \ldots \left[\frac{S}{2}\right]$

И значит число неупорядоченных пар при данной сумме

$N(S) = \left[\frac{S}{2}\right] + 1$ +1б

Раз $S \leq 1023$, то автоматически $A \leq S \leq 1023$ и $B = S - A \leq 1023$

те ограничение < 1024 уже выполнено

1

Значит ответ – сумма по всем палиндромам

$$\sum_{S\in P}\left(\left[\frac{S}{2}\right]+1\right)$$

Пусть свободные биты (первые 5) $a_0 - a_4$

несвободные $b_5 - b_9$

Вклад каждого a_i в число S – это сумма весов двух симметричных позиций

a_4 стоит в битах 9 и 0 вес $2^9+2^0=513$ Аналогично

a_3 $2^8+2^1=258$

a_2 $2^7+2^2=132$

a_1 $2^6+2^3=72$

a_0 – $2^5+2^4=48$

Тогда $S=513a_4+258a_3+72a_1+132a_2+48a_0$

Всего наборов вариантов расстановки a_i 2^5, т.е. 32, каждое a_i принимает значение "1" в половине случаев, т.е. 16 раз

$$\sum_{S\in P} S=16(513+258+132+72+48)=16\cdot 1023=16368$$

Заметим

$$\left[\frac{S}{2}\right]=\frac{S-(S \bmod 2)}{2}$$

А $(S \bmod 2)$ – это младший бит b_0, но $b_0=a_4$. Значит S нечетно тогда и только тогда, когда $a_4=1$

Палиндромов с $a_4=1$ половина, т.е. 16. Поэтому

$$\sum_{S\in P}(S \bmod 2)=16$$

Тогда

$$\sum_{S\in P}\left[\frac{S}{2}\right]=\sum_{S\in P}\frac{S-(S \bmod 2)}{2}=\frac{1}{2}\sum_{S\in P}S-\frac{1}{2}\sum_{S\in P}(S \bmod 2)=$$

$$=\frac{16368}{2}-\frac{16}{2}=8184-8=8176$$

Ответ 8176

Бланк ответов

Задание 5 0б

~~Тк граф связный, то количество паросочетаний~~
не ~~может~~ ~~равняться~~ ~~половине~~ ~~количества~~ ~~ребер~~ вершин, тк
Чтобы паросочетание было размером с половину кол-ва вершин, необходимо чтобы был ~~эйлеров путь~~ путь, на котором мы посещаем каждую вершину единожды.
Другими словами, если граф можно представить
$a_1 \to a_j \to a_k \to \quad \to a_n$, то паросочетание будет размера n, но в нашем случае такой путь невозможен, тк нет эйлерова пути

Задание 1

Запишем систему для одного бита

Пусть $x, y, z \in \{0\ 1\}$ ~~эт~~ и это биты одного разряда

1) $((\neg x \wedge z) \vee (x \wedge y)) = r_1$
2) $(\neg z \wedge (x \vee y)) = r_2$
3) $(x \wedge (y \oplus z)) = r_3$
4) $(x \oplus (y \vee z)) = r_4$

r_1 - двоичное представление 1952
r_2 - дв предст 31945
r_3 - дв предст 19548
r_4 - дв предст 12417

r_1 - бит правой части

Сделаем таблицу для всех 8 вариантов, E_1 - вектор значений для каждого (x, y, z)

x	y	z	E_1	E_2	E_3	E_4
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0	1
0	1	1		0	0	1
1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	0	0	0

Вектор (0,0,0,0) 1 вариант (при 000)
Вектор (0,0,1,0) 1 вариант (при 101)
Вектор (1,1,1,0) 1 вариант (при 110)
Вектор (0,1,0,1) 2 варианта (при ~~010~~ и ~~100~~

Те для каждого бита кол-во решений - мн-во из мн-в в зависимости от бита

Если записать по ~~вектора~~ битам вектора $r_1 - r_4$, то по разрядам, от 0 до 15 встречается только 4 типа и их частоты такие

0101 - 4 раза
0000 - 5 раз
1110 - 5 раз
0010 - 2 раза

А из таблицы выше

для 0,1,0,1 есть 2 решения,
для остальных типов по 1

Тогда итоговое кол-во

$2^4 \cdot 1^{(5+5+2)} = 16$

Ответ 16 +2б

Линия отреза

Бланк ответов