ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026547007853

Титульный лист

Направление

- ☐ анализ данных
- ☐ информатика
- ☐ история
- ☒ математика
- ☐ обществознание
- ☐ русский язык
- ☐ физика
- ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия МЕРИНОВА

Имя МАРИЯ

Отчество СЕРГЕЕВНА

Дата рождения 24 03 2008

Город участия ИЖЕВСК

Аудитория 265

Дата 02 02 2026

Подпись Мер

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026547007853

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Город участия ИЖЕВСК

Заполняется организаторами

Количество доп листов 0 Количество черновиков к проверке 0

Время выхода с до

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	0	5	0	20					
Балл члена жюри №2	0	0	5	0	20					

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Бланк ответов

№1

Рассмотрим случайную тройку цифр $a = 1$, $b = 3$, $c = 5$, тогда $f(13)\ f(35)\ f(51) = 1\ 3\ 5 = 15$

$f(13)$ даст нам 1 или 3, $f(35) \to 3,\ \to 5$, $f(51) \to 5,\ \to 1$

Допустим $f(13)$ дала нам 1, тогда, чтобы произведение было 15, нам надо 3 от $f(35)$ и 5 от $f(51)$

1) $f(13) \to 1,\ 3$; $f(35) \to 3,\ 5$; $f(51) \to 5,\ 1$; $= 15$

Допустим $f(13)$ дала нам 3, тогда, чтобы произведение было 15, нам надо 5 от $f(35)$ и 1 от $f(51)$

2) $f(13) \to 1,\ 3$; $f(35) \to 3,\ 5$; $f(51) \to 5,\ 1$; $= 15$

Неверно понято условие задачи

Заметим, что мы берем либо десятки от каждого двузначного числа либо только единицы. Ведь, чтобы получить произведение $a\ b\ c$, надо взять $f(\overline{ab})\ f(\overline{bc})\ f(\overline{ca})$ или $f(\overline{ab})\ f(\overline{bc})\ f(\overline{ca})$

$f(\overline{ab}) \to a,\ b$; $f(\overline{bc}) \to b,\ c$; $f(\overline{ca}) \to c,\ a$ | $f(\overline{ab}) \to a,\ b$; $f(\overline{bc}) \to b,\ c$; $f(\overline{ca}) \to c,\ a$

разбиение на тройки не приведено

Заметим, что и сумма такой тройки функций одинакова и равна $a+b+c$ значит для нахождения суммы заданного ряда надо сложить все первые или все последние цифры двузначных чисел ~~где цифры в двузначном числе различны. Таким образом, что в таком ряду все функции с двузначными числами, где цифры не повторяются, можно разделить по тройкам, так в каждом десятке по 4 нужных числа а всего десятков 9 => 4 5 3~~

~~$f(13) + f(15) + f(17) + f(19) + f(21) + f(23) + f$~~

$f(11)+f(13)+f(15)+f(17)+f(19)+f(21)+f(23)+f(25)+f(27)+f(29)+f(31)+ \ldots + f(99)$

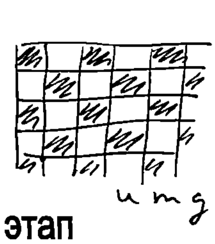
В каждом десятке по 5 нужных нам чисел $\Rightarrow 1\ 5+2\ 5+3\ 5+4\ 5+5\ 5+6\ 5+7\ 5+8\ 5+9\ 5 =$

$= (1+2+3+4+5+6+7+8+9)\ 5 = 45\ 5 = 225$

Ответ 225

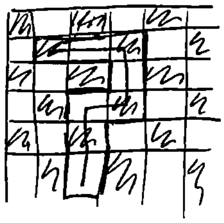
№2

Разрисуем наше поле, как шахматную доску



и т д

Поймем, что, как бы ни ходила змейка длиной 8 клеток она всегда будет располагаться на 4-х черных клетках и 4-х белых



Значит, как бы ребята ни ходили на каждом ходу будет −4 черные клетки и −4 белые

На поле 2025 × 2025 клеток $\frac{2025 \times 2025 - 1}{2} =$

$= 2050312$ белых и 2050313 черных

(Не важно какого цвета клеток на 1 клеток будет больше сразу не изменяется т.к. на каждом ходу черных и белых клеток убывает одинаково)

Рассмотрим начало игры

№ хода	кто ходит	кол-во клеток после хода
1	Дима	2050308 б и 2050309 ч
2	Максим	2050304 б и 2050305 ч
3	Дима	2050300 б и 2050301 ч
4	и т.д.	

Найдем сколько ходов успеют сделать ребята пока клетки не закончатся

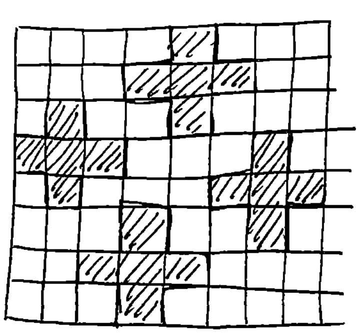
~~2050312~~ $2050312 : 4 = 512578$ остаток 0 (белые клетки)

$2050313 : 4 = 512578$, остаток 1 (черные клетки)

Так как Дима ходит по нечетным ходам а Максим по четным, то Максим, сходив последний раз, оставит после себя 0 белых и 1 черную клетку, тем самым (т.к. 512578 четно) выиграв. Значит независимо от того, как будут ходить Максим и Дима ~~он выиграет~~ Максим всегда выиграет

Ответ Максим (−)

№3



Если крестов будет <4, то найдется хотя бы 1 место для еще одного креста

Ответ 4 верный пример без оценки

$\mp$

№5

~~$(k-2)x^2 + (k-1)^2x + k = 0$ корней 2 $\Rightarrow D > 0$ $(k-1)^4 - 4k(k-2) = k^4 - 4k^3 + 6k^2 - 4k + 1 - 4k^2 + 8k =$ $= k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1 > 0$~~

Линия отреза

Бланк ответов

№5

$(k-2)x^2+(k-1)^2x+k=0$

Корни x_1 и x_2

Воспользуемся теоремой Виета $x_1+x_2=\frac{(k-1)^2}{k-2}$, $x_1 x_2=\frac{k}{k-2}$ $\Rightarrow$ ~~$x_1 \ne k$, $x_2 = \ldots$~~

$k \ne 2$

Проверим

$x_1 x_2=(-k)\left(\frac{-1}{k-2}\right)=\frac{k}{k-2}$

$x_1+x_2=-\left(k+\frac{1}{k-2}\right)=-\left(\frac{k^2-2k+1}{k-2}\right)=\frac{-(k-1)^2}{k-2}$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x_1=-k \\ x_2=-\frac{1}{k-2} \end{cases} \\ \begin{cases} x_1=-\frac{1}{k-2} \\ x_2=-k \end{cases} \end{array}\right.$ ✓

~~Заметим, что множества A и B не пересекаются~~ ~~$\Rightarrow x_1 \ne x_2$~~

~~$-k \ne -\frac{1}{k-2}$~~

~~$k^2-2k \ne 1$~~

~~$k^2-2k-1 \ne 0$~~

~~$D=4+4=8$~~

~~$\begin{cases} k \ne \frac{2-2\sqrt2}{2}=1-\sqrt2 \\ k \ne 1+\sqrt2 \end{cases}$~~

~~Тогда при $\sqrt2 \approx 1{,}414$~~

~~$\begin{cases} x_1 \ne -1+\sqrt2 = 0{,}414 \\ x_1 \ne -1-\sqrt2 = -2{,}414 \end{cases}$ $\begin{cases} x_2 \ne \frac{1}{\sqrt2-1} = 2{,}4 \\ x_2 \ne \frac{1}{-\sqrt2} < 0 \end{cases}$~~

Рассмотрим все варианты

$x_1=-k$, $x_2=-\frac{1}{k-2}$

~~1) $\begin{cases} 1>-k>0 \Rightarrow -1<k<0 \Rightarrow k\in(-1,0) \\ 2>-\frac{1}{k-2}>1 \Rightarrow 2k-4<1<k-2 \Rightarrow k\in\left(1,\frac{3}{2}\right) \end{cases}$ $\Rightarrow$ решений нет~~

~~2) $k\in(-1,0)$; $4>-\frac{1}{k-2}>3 \Rightarrow k\in\left(\frac{5}{3},\frac{7}{4}\right)$ $\Rightarrow$ решений нет~~

~~3) $k\in(-1,0)$; $6>-\frac{1}{k-2}>5 \Rightarrow k\in\left(\frac{9}{5},\frac{11}{6}\right)$ $\Rightarrow$ решений нет~~

~~4) $3>-k>2 \Rightarrow k\in(-3,-2)$; $k\in\left(1,\frac{3}{2}\right)$ $\Rightarrow$ решений нет~~

1) $x_1=-k \Rightarrow k\in(-1\ \ 0)\cup(-3,-2)\cup(-5,-4)$

2) $x_2=-\frac{1}{k-2}$

$2>-\frac{1}{k-2}>1 \Rightarrow k\in\left(1,\frac{3}{2}\right)$

$4>-\frac{1}{k-2}>3 \Rightarrow k\in\left(\frac{5}{3},\frac{7}{4}\right)$

$6>-\frac{1}{k-2}>5 \Rightarrow k\in\left(\frac{9}{5},\frac{11}{6}\right)$

пересечения у k (у $x_1<x_2$) нет $\Downarrow$ таких вариантов невозможно ✓

~~5) $k\in\ldots$~~ ~~и т.д. если $x_1=-k$ то $k\in\left(1,\frac{3}{2}\right)\cup\frac{5}{3}$ $k\in(-1,0)\cup(-3,-2)\cup(-5,-4)$~~

~~если $x_2=-\frac{1}{k}$ то $k\in\left(1,\frac{3}{2}\right)\cup\left(\frac{5}{3},\frac{7}{4}\right)\cup\left(\frac{9}{5},\frac{11}{6}\right)$ Пересечений нет~~

Теперь рассмотрим вариант, когда $\begin{cases} x = -\frac{1}{k-2} \\ x_2 = -k \end{cases}$

1) $x_2 = -k \Rightarrow k \in (-2,-1) \cup (-4,-3) \cup (-6,-5)$

2) $x_1 = -\frac{1}{k-2}$

$1 > -\frac{1}{k-2} > 0 \Rightarrow k \in (-\infty, 1)$

$3 > \frac{-1}{k-2} > 2 \Rightarrow k \in \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{3}\right)$

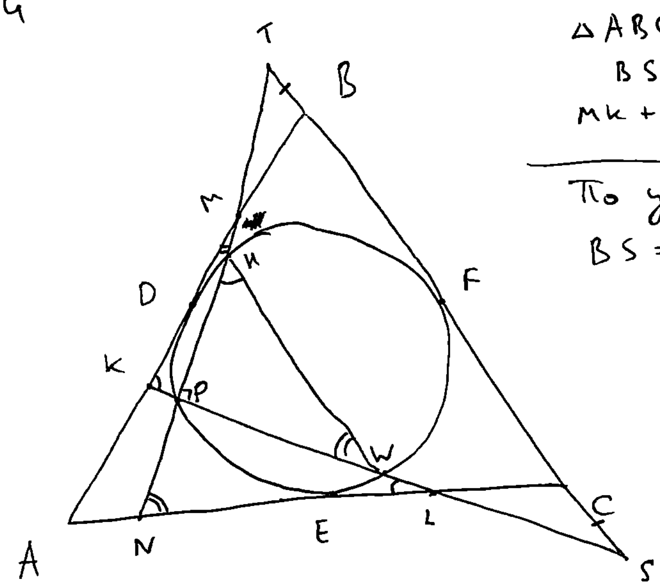
$5 > \frac{-1}{k-2} > 4 \Rightarrow k \in \left(\frac{7}{4}, \frac{9}{5}\right)$

$k \in (-6,-5) \cup (-4,-3) \cup (-2,1)$

(+)

Ответ $k \in (-6,-5) \cup (-4,-3) \cup (-2,-1)$

№4



$\triangle ABC$ − равносторонний

$BS = CT$

$MK + LN = ST$?

По условию $MP \perp KL$

$BS = BC + CS = CT = BC + BT \Rightarrow BT = CS$

PL пересекает окружность в точке W

PM пересекает окружность в точке H

$\angle HPW$ − центральный и $= 90^\circ \Rightarrow HW$ − диаметр окружности

$\angle NLP$ − ~~угол~~ угол между хордой и касательной

$\angle NLP = \frac{1}{2} \cup PEW = \angle PHW$ (вписанный) $= \alpha$

$\angle KMP$ − угол между хордой и касательной

$\angle KMP = \frac{1}{2} \cup HDP = \angle HWP$ (вписанный) $= \beta$

Из $\triangle PHW$ $180 = 90^\circ + \alpha + \beta \Rightarrow \alpha + \beta - 90$

Из $\triangle PNL$ $180^\circ = 90 + \alpha + \angle PNL \Rightarrow \angle PNL = \beta$

Из $\triangle KMP$ $180^\circ = 90 + \beta + \angle MKP \Rightarrow \angle MKP - \alpha$

$\triangle KMP \sim \triangle PHW \sim \triangle NPL$ (по 2-м углам)

$\frac{KM}{MP} = \frac{HW}{PW} = \frac{NL}{NP}$

~~$\triangle ABC$ − равносторонний $\Rightarrow \angle KAC = 60^\circ$~~

~~$\angle AKL = 180^\circ - 60^\circ - \alpha = 180 - \alpha$~~

продвижения нет

(−)

Линия отреза

Бланк ответов