ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101632602752

Титульный лист

Направление
- ☐ анализ данных
- ☒ информатика
- ☐ история
- ☐ математика
- ☐ обществознание
- ☐ русский язык
- ☐ физика
- ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ПОПОВ

Имя МАКСИМ

Отчество МИХАЙЛОВИЧ

Дата рождения 30 09 2008

Город участия ПЕРМЬ

Аудитория 19

Дата 02 02 2026 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101632602752

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] анализ данных
- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Город участия ПЕРМЬ

Аннулировано

Заполняется организаторами

Количество доп листов 1   Количество черновиков к проверке

Время выхода с   до

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл

Подпись члена жюри №1   **Подпись члена жюри №2**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Бланк ответов

?

Задание 4 Об

„Маршрут по всем ребрам" — Эйлеров путь

Условие сущ-ия Эйлерова пути — ровно 2 вершины с нечётной степенью

(Подходит случай, когда вершин с четной степенью 0, тогда Эйлеров путь становится Эйлеровым циклом)

Доказательство этого условия описано в т н теореме о кёнигсбергских мостах

Приведём его и здесь

Предположим, что в графе не 2 и не 0 вершины нечётной степени

Докажем, что в таком случае Эйлеров путь (т е путь, проходящий по всем ребрам ровно по одному разу) невозможно построить

В самом деле, Эйлеров путь — это последовательность рёбер, в которой соседние эл-ты имеют общую вершину

При заходе в вершину мы обязаны из неё же и выйти по какому-то неиспользованному ребру (кроме случая, если это первая и последняя вершина нашего пути)

В таком случае, мы каждый раз, проходя очередную вершину, убираем два ребра, ведущих из неё $\Leftrightarrow$ понижаем её степень на 2

И только дважды за весь путь мы, пройдя вершину, убираем одно ребро $\Leftrightarrow$ понижаем её степень на 1

В таком случае, инвариантом для каждой вершины, кроме первой и последней, будет являться чётность её степени

В конце не должно остаться ни одного ребра $\Rightarrow$ степень каждой вершины равна 0, т.е чётна

А значит, вершин с нечетной степенью изначально не больше 2

Отмечу, не требуется достаточность этого условия, требуется только необходимость, которая и была доказана

Вершин нечётной степени в графе из задачи 8   3, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 15

А $8 > 2$

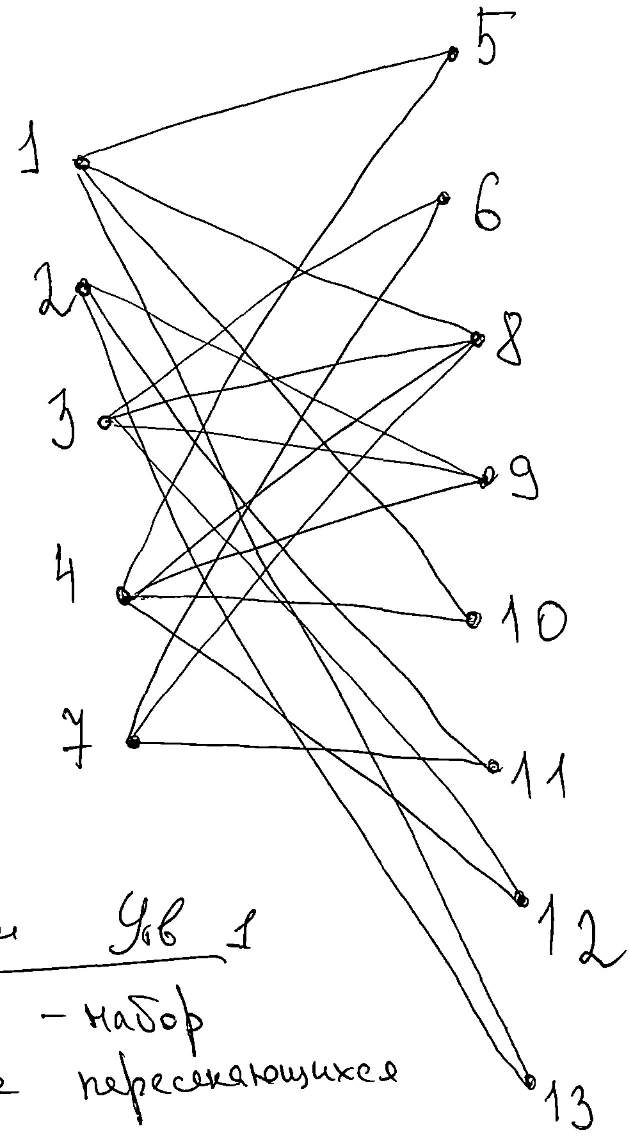
Значит, маршрута по всем рёбрам не существует ■

Линия отреза

Бланк ответов

Задание 5 =18б

Приведённый в условии граф является двудольном Покажем это



Можно убедиться, что приведённый рисунок - изображения графа из условия

Размер max паросочетания в двудольном графе не более размера меньшей доли Ув 1

В нашем случае размер меньшей доли - 5 (1, 2, 3, 4, 7)

Поэтому, паросочет размера 6 не существует чтд

Докажем Ув 1

Паросочет - набор ребер, не пересекающихся по вершинам

В двуд графе каждое ребро соед две вершины из разных долей

Поэтому, каждое ребро из парсоче закрывает по одной вершине из каждой доли

Поэтому, рёбер в паросочетании не может быть больше, чем вершин в какой-л из долей

Утв 1 доказано

= 12б

Задание 2

+2б

Существует 32 числа-палиндрома длины 10 в двоичной записи (32 варианта выбрать первую половину маски, вторая достраивается ед образом)

Это числа 00000|00000
00001|10000
----+---
11111|11111

?

Сколько существует способов разбить число на два слагаемых (без учёта порядка)?

Это классическая задача, решающаяся методом шаров и перегородок

0000 .. 00|00 .... 00 n шаров

Пусть n чётно, тогда вариантов $\frac{n}{2}+1$ +5б

(ставим перегородку в первой половине или в центре)

Если n- нечётно, 000 ..0|0|0 ... 0 то вариантов $\frac{n-1}{2}+1$ +5б

Бланк ответов

, в общем случае, вариантов $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1 =$

$= \lfloor \frac{n+2}{2} \rfloor$

Рассм 32 наших числа

$0000000000_2 = 0_{10}$ — 1 вар

$0000110000_2 = 48_{10}$ — 25 вар

— — — — — — — — — — — — —

$1111111111_2 = 1023_{10}$ — 512 вар

Для получения ответа требуется разделить шарами и перегородками каждое из чисел и суммировать количество вариантов по каждому из чисел. Очевидно, что все разбиение будут удовлетворять $0 \le A, B < 1024$

Можно показать, что сумма этих чисел будет равна 10512

Ответ 10512 разл пар

Задание 3

$(a \text{ and } b) \text{ or } (a \to c) \Leftrightarrow (a \text{ and } b) \text{ or not } a \text{ or } c$

$a \text{ and } b \Leftrightarrow \text{not } a \downarrow \text{not } b$

$a \text{ or } b \Leftrightarrow \text{not } (a \downarrow b)$

Таким образом, получено выражение со скобками, отрицаниями и стрелками

$(a \text{ and } b) \text{ or not } a \text{ or } c \Leftrightarrow \text{not}(\text{not}((\text{not } a \downarrow \text{not } b) \downarrow \text{not } a) \downarrow c)$

$\text{not } a \Leftrightarrow a \downarrow a$ – превращение not b ↓

$\text{not } a \downarrow \text{not } b \Leftrightarrow (a \downarrow a) \downarrow (b \downarrow b)$

$(\text{not } a \downarrow \text{not } b) \downarrow \text{not } a \Leftrightarrow (a \downarrow a) \downarrow (b \downarrow b) \downarrow (a \downarrow a) \Leftrightarrow b \downarrow (a \downarrow a)$

$\text{not}(\text{not } a \downarrow \text{not } b \downarrow \text{not } a) \downarrow c \Leftrightarrow (b \downarrow (a \downarrow a)) \downarrow (b \downarrow (a \downarrow a)) \downarrow c \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (c \downarrow c)$

$\text{not } (c \downarrow c) = c$

Ответ.

см доп лист 1

Дополнительный лист № 1

Задание 3: $=12$б

$(a \text{ and } b) \text{ or } (a \to c) \Leftrightarrow a \text{ and } b \text{ or not } a \text{ or } c \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{not } a \text{ or } b \text{ or } c$ $+3$б

Отметим $\quad \text{not } a \Leftrightarrow a \downarrow a$ $+2$б

$+2$б

$a \text{ or } b \Leftrightarrow \text{not } (a \downarrow b) \Leftrightarrow (a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow b)$

$\text{not } a \text{ or } b = (a \downarrow a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow a \downarrow b)$

$(\text{not } a \text{ or } b) \text{ or } c = (((a \downarrow a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow a \downarrow b)) \downarrow c) \downarrow ((a \downarrow a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow a \downarrow b) \downarrow c)$

Ответ $(a \downarrow a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow a \downarrow b) \downarrow c) \downarrow ((a \downarrow a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow a \downarrow b) \downarrow c).$

$+5$б