ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101585150192

Титульный лист

Направление

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [x] 10 [ ] 11

Фамилия НЕСТЕРОВ

Имя ДАНИИЛ

Отчество АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 17 01 2009

Город участия КРАСНОЯРСК

Аудитория 317

Дата 02 02 2026 **Подпись**

Пример заполнения

АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ
ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101585150192

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс
- [ ] 8
- [ ] 9
- [x] 10
- [ ] 11

Город участия КРАСНОЯРСК

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с ____ до ____

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	–	–	–					
Балл члена жюри №2	10	20	–	–	–					

Итоговый балл 35

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Бланк ответов

№2

Пусть a, b, c, d, e - мешочки

Участнику стоит спросить сумму b и c, c и d Тогда b+c

b+c = 9 (если числа 4,5 или 5,4)
= 8 (если числа 5 и 3, 3 и 5)
= 7 (если числа 3 и 4, 4 и 3)
= 6 (если числа 4 и 2, 2 и 4)
= 5 (если числа 2 и 3, 3 и 2)
= 4 (если числа 1 и 3, 3 и 1)
= 3 (если числа 1 и 2, 2 и 1)

Важно заметить, что суммы не выйдет получить по-другому и не противоречить условию! К примеру 4+1=5, но 4 и 1 не могут стоять рядом, разница > 2!

Рассмотрим эти суммы

3 12 или 21 - понимаем что ни в каком из случаев 5 не стоит в начале или после чисел - т.к разница > 2 Тогда 5 точно стоит в конце

4 13 или 31 Спрашиваем сумму c+d Она равна 8(3 и 5), 7(3 и 4), 3(1 и 2), 5(3 и 2) Это дает нам понять, где именно стоит 1 и 3. Если сумма = 8, то 5 стоит на месте d Если = 7, то 5 - в конце (в начале противоречит усл 51342 5-1>2) Если 5 - то это противоречит условию расстановки не сущ Если = 3, то 5 - в начале, т.к 43125 в конце точно стоит 4, иначе противоречит усл (5-2>2) ✓

5 32 или 23 Спрашиваем c+d c+d = 8(3+5) или 7(3+4) или 6(2+4) или 3(1+2) Если равна 8 => 5 на месте d Если 7 → то в конце, иначе противорем с усл (52341 5-2>2) Если 6 → то в ~~начале~~ конце, иначе противорем (53241 4-1>2) Если 3 → ~~то в начале~~, то расстановки не сущ (53214 и 43215 4-1>2 и 5-1>2) ✓

6 42 или 24 спрашиваем c+d, c+d = 9(4 и 5), 7(4 и
5(2 и 3), 3(2 и 1) Если 9 то 5 - на месте d Если = 7,
то 5 - в ~~начале~~ конце, иначе противореч с усл (52431 5-2>2)
Если 5 → то в начале, иначе противореч (342145 5-1>2) Если
3 → то в начале, иначе противореч (34215 5-1>2) √

7 43 или 34 спрашиваем c+d c+d = 9(4 и 5), 6(4 и 2)
5(3 и 2), 4(3 и 1), 8(3 и 5) Если c+d = 9 или 8 ⇒ 5 на месте
d Если = 6 - то в начале, иначе противореч (13425
5-2>2) Если = 5 - то в ~~начале~~ конце начале, иначе противоречи
(14215 4-1>2) Если = 4, то в начале, иначе проти-
воречи (24315 5-1>2) √

445, 544, 543, 345
8 и 9: Для каждого случая это значит, что 5 - в этой
паре Можно спросить любое число из b и c, и точно
узнать, где 5 Или c+d тоже поможет это понять
и точно расставить порядок

Ответ надо спросить в начале b+c, а после c+d

№1

$t(\overline{ab})\, t(\overline{bc})\, t(\overline{ca}) = a\, b\, c$

$t(11)+t(13)+ \quad + t(19)+t(21)+ \quad +t(29)+ \quad +t(91)+ \quad +t(99)$ - ?

Рассмотрим произведение

$t(11)\, t(13)\, t(31) = 3\; 1\; 1$

Тут задача разбивается на 2 случая

1 случай

Пусть ~~$t(11)=1$ и~~ $t(13)=1$, тогда $t(31)=3$ ~~аналогично докажем, что $t(51)=5$ $(t(11)\cdot t(15)\cdot t(51))$, $t(41)=4$, $t(91)=9$~~

Тогда

$t(\overset{\overline{ab}}{31})\, t(\overset{\overline{bc}}{14})\, t(\overset{\overline{ca}}{43}) = 3\; 1\; 4$? Если $t(31)=3$, то $t(43)$ - точно
4, других вариантов нет, ⇒ $t(14)=1$

Таким же образом

$t(\overset{\overline{ab}}{31})\, t(\overset{\overline{bc}}{15})\, t(\overset{\overline{ca}}{53}) = 3\; 1\; 5$ Т.к. $t(31)=3$ ⇒ $t(53)=5$ и
$t(15)=1$

$t(\overline{31}^{ab}) \cdot t(\overline{19}^{bc}) \; t(\overline{93}^{ca}) = 3\,1\,9 \Rightarrow$ Т.к. $t(31)=3 \Rightarrow$
$t(93)=9$, $t(19)=1$

~~Отк~~ Тогда получилось, что $t(11)=1, t(13)=1, t(15)=1$, $t(17)=1$, $t(19)=1$

Теперь $t(11)\; t(15)\; t(51) = 5\,1\,1 \Rightarrow t(51)=5$ Аналогично получаем, что $t(71)=7$ и $t(91)=9$ Обладая этими данными, можно доказать, что любое t вернет первую цифру числа К примеру

$t(\overline{35}^{ab})\; t(\overline{51}^{bc})\; t(\overline{13}^{ca}) = 3\,5\,1 \Rightarrow t(35)=3$

Аналогично для $t(55)=5$, $t(75)=7$, $t(95)=9$ Осталось доказать, что числа с первой четной цифрой вернут первую цифру

$t(51)\; t(12)\; t(25) = 5\,2\,1$ Т.к $t(51)=5 \Rightarrow t(25)=2 \Rightarrow$
$\Rightarrow t(12)=1$ Теперь

$t(\underset{1}{\underset{\shortparallel}{11}})\; t(\underset{1}{\underset{\shortparallel}{12}})\; t(21) = 2\,1\,1 \Rightarrow t(21)=2$. Аналогично доказывается для всех других чисел с четной первой цифрой. Получается, что все функции вернули свою первую цифру! Тогда сумма

$1\,5 + 2\,5 + 3\,5 + 4\,5 + 5\,5 + 6\,5 + 7\,5 + 8\,5 + 9\,5 = 5(1+2+3+4+5+6+7+8+9) = 5\,45 = 225$

Вернемся ко второму случаю
Пусть теперь $t(13)=3$, тогда $t(31)=1$
Будем доказывать, что теперь каждое число дает вторую цифру в ответ

$t(31)\; t(15)\; t(53) = 5\,3\,1$ Если $t(31)=1$, то $t(15)$ - точно 5, а $t(53)=3$

Таким же способом доказываем.
$t(13)=3$, $t(17)=7$

Теперь $t(71)$

$t(11)\ t(\overset{17}{\cancel{76}})\ t(71)=7\,1\,1 \Rightarrow t(71)=1$, т.к. $t(17)=7$

Аналогично и для $t(51)$, $t(91)$, все будут равны 1. Теперь, как и в ~~спосо~~ случае 1 можно доказать, что любая функция вернет вторую цифру числа. К примеру

$t(\overset{\overline{ab}}{\underset{51}{\cancel{11}}})\cdot t(\overset{\overline{bc}}{\underset{17}{\cancel{91}}})\ t(\overset{\overline{ca}}{75})=7\,5\,1$ Т.к. $t(51)=1$ и $t(17)=7 \Rightarrow$ $t(75)=5$ Таким же образом для всех других чисел

Рассмотрим числа с четной цифрой

$t(51)\ t(12)\ t(25)=5\ 2\ 1$ Т.к. $t(51)=1$ и $t(25)=5 \Rightarrow$
$\Rightarrow t(12)=2$

~~Аналогично для~~

$t(11)\ t(12)\ t(21)=2\,1\,1$ Т.к. $t(11)=1$ и $t(12)=2 \Rightarrow t(21)=$
$=1$

Аналогично доказывается для других чисел с первой четной цифрой (к примеру, для $t(23)=3$ надо поменять только $t(11)$ на $t(31)=1$)

Тогда каждая ~~число~~ функция вернет вторую цифру числа! Тогда сумма будет равна:

$(1+3+5+7+9)\ 9=25\ 9=225$ Это не все слагаемые

Ответ остался такой же

Ответ 225

Доказано, что существует только две функции, удовлетворяющие условию задачи

$\pm$

Линия отреза

Бланк ответов