



2026376103756

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия В О Р О Б Ь Е В А

Имя Е К А Т Е Р И Н А

Отчество С Е Р Г Е Е В Н А

Дата рождения 2 5 0 2 2 0 0 8

Город участия Т Ю М Е Н Ь

Аудитория 3 1 6

Дата 0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись

ВК

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026376103756

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Т Ю М Е Н Ь ☐

Заполняется организаторами

Количество доп листов ☐ ☐ Количество черновиков к проверке ☐ ☐

Время выхода с 1 2 0 7 до 1 2 1 2

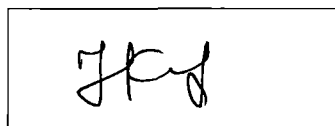
Протокол проверки

Заполняется жюри

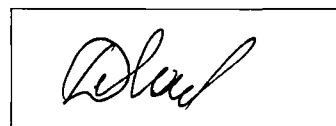
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	—	5	—	20					
Балл члена жюри №2	0	—	5	—	20					

Итоговый балл 25

Подпись
члена жюри №1



Подпись
члена жюри №2



Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

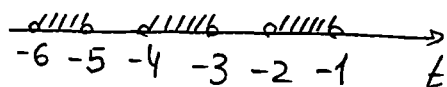
(1) объединение

$$\begin{cases} 0 < -t-1 < 1 \\ 2 < -t-1 < 3 \\ 4 < -t-1 < 5 \end{cases}$$

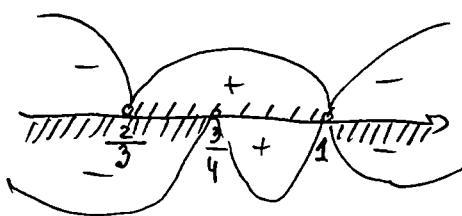
$$\begin{cases} -1 < t+1 < 0 \\ -3 < t+1 < -2 \\ -5 < t+1 < -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 < t < -1 \\ -4 < t < -3 \\ -6 < t < -5 \end{cases}$$

Решением (1) объединения для промежутков



$$t \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$$



$$t \in \left(\frac{2}{3}, \frac{3}{4}\right)$$

(2) объединение

$$1 < \frac{1}{1-t} < 2$$

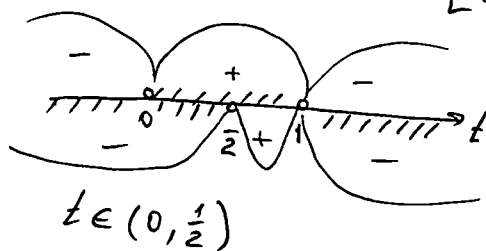
$$3 < \frac{1}{1-t} < 4$$

$$5 < \frac{1}{1-t} < 6$$

рассмотрим каждое двойн
неравенство как 2
неравенства

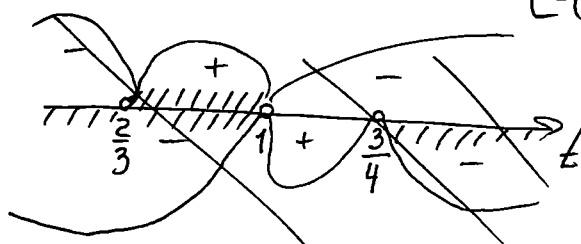
$$\begin{aligned} (1) & \begin{cases} \frac{1}{1-t} > 1 \\ \frac{1}{1-t} < 2 \end{cases} \\ (2) & \begin{cases} \frac{1}{1-t} > 3 \\ \frac{1}{1-t} < 4 \end{cases} \\ (3) & \begin{cases} \frac{1}{1-t} > 5 \\ \frac{1}{1-t} < 6 \end{cases} \end{aligned}$$

$$(1) \begin{cases} \frac{1}{1-t} - 1 > 0, & \begin{cases} \frac{1-t}{1-t} > 0, \\ \frac{1-2+t}{1-t} < 0, \end{cases} & \begin{cases} \frac{t}{t-1} > 0 \\ \frac{t-\frac{1}{2}}{-(t-1)} < 0 \end{cases} \end{cases}$$



$$t \in (0, \frac{1}{2})$$

$$(2) \begin{cases} \frac{1}{1-t} - 3 > 0, & \begin{cases} \frac{1-3+3t}{(t-1)} > 0, \\ \frac{1-4+4t}{-(t-1)} < 0, \end{cases} & \begin{cases} \frac{(+\frac{2}{3})}{-(t-1)} > 0 \\ \frac{(t-\frac{3}{4})}{-(t-1)} < 0 \end{cases} \end{cases}$$



$$t \in \left(\frac{2}{3}, 1\right)$$

Бланк ответов

N1

$$f(11) + f(19) + f(21) + f(29) + f(31) + f(39) + \dots$$

точно можно утверждать,

то:

$$\begin{aligned} f(11) &= 1 \checkmark & f(66) &= 6 \\ f(22) &= 2 & f(77) &= 7 \checkmark \\ f(33) &= 3 \checkmark & f(88) &= 8 \\ f(44) &= 4 & f(99) &= 9 \checkmark \\ f(55) &= 5 \checkmark \end{aligned}$$

Рассмотрим равенство:

$$f(ab) + f(bc) + f(ca) = abc$$

(функция от НЕ ab, функция от НЕ bc, функция от НЕ ca)

ЧЕМУ МОЖЕТ РАВНЯТСЯ ЗНАЧЕНИЮ

ab	bc	ca
aa	aa	aa
ac	ab	ab
ba	ac	ac
bb	ba	ba
bc	bb	bb
ca	ca	bc
cb	cb	cb
cc	cc	cc

функции
каждого
значения

Также стоит заметить, что некоторые значения функции упущены, например 20. Возможно, это означает, что представлена сумма функций не во всех десятичных цифрах чисел от 11 до 99, а только каждого первого из двух, например:

$$f(11) + f(13) + f(15) + f(17) + \dots + f(99)$$

Заметим интересную вещь: аргументы функции не четные! Значит функция не четные! => четные значения появляются только в десятках чисел (значения аргумента)

Итак, мы предполагаем, что значения аргумента функции это нечетные числа от 1 до 99 включительно

Тогда выходит что каждое значение функции кроме тех, где аргумент состоит из повтор цифр, может принимать 2 значения

$$90 - 40 = 40$$

5 значений из них мы знаем это: 1, 3, 5, 7, 9

$$A = (0, 1) \cup (2, 3) \cup (4, 5)$$

$$B = (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6)$$

$$(k-2)x^2 + (k-1)^2x + k = 0$$

1. При $k-2=0$ уравнение принимает вид $(k-1)^2x + k = 0$ - линейное уравнение
 $k=2$ $\rightarrow$ 1 корень, нам не подходит, так по усл задачи требуется 2 корня $\rightarrow k \neq 2$

2. При $k-2 \neq 0$ уравнение квадратное $\rightarrow$ 1 может не иметь корней $D < 0$
 2 иметь 1 корень $D = 0$
 3 иметь 2 корня $D > 0$

Нам подходит вариант 3 $\Delta > 0$ 2 корня

2 см

$$\Delta = b^2 - 4ac = (k+1)^2 - 4(k-2)k = (k+1)^2 - 4k(k-2)$$

$$(k+1)^2 - 4k(k-2) > 0$$

$$\underline{k^2 + 2k^3 + k^2 - 2k^3 + 4k^2 - 2k + k^2 - 2k + 1 - 4k^2 + 8k > 0}$$

$$\underline{k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1 > 0}$$

$$\underline{-4(k^3 - (k^2+1)^2 - 4k(k^2-1)) > 0}$$

Замена $k-1=t$

$$(t-1)x^2 + t^2x + (t+1) = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = t^4 - 4(t-1)(t+1) = t^4 - 4(t^2-1) = t^4 - 4t^2 + 4 = (t^2-2)^2$$

$$\Delta > 0 \rightarrow (t^2-2)^2 > 0$$

$$\begin{array}{l} t^2-2 \neq 0 \rightarrow t^2=2 \rightarrow \boxed{t \neq \sqrt{2} \text{ и } t \neq -\sqrt{2}} \\ \text{т.к. степеней четная} \Rightarrow (t^2-2)^2 \text{ всегда будет} \end{array}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-t^2 - t^2 + 2}{2(t-1)} = \frac{-2t^2 + 2}{2(t-1)} = \frac{-2(t^2-1)}{2(t-1)} = \frac{-1(t-1)(t+1)}{(t-1)} = -t-1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-t^2 + t^2 - 2}{2(t-1)} = \frac{-2}{2(t-1)} = \frac{-1}{t-1} = \frac{1}{1-t}$$

то у нас вырази

$x_1 \in A$ и $x_2 \in B$, тогда получим

Рассмотрим (1) систему.

$$\begin{cases} x_1 \in A \\ x_2 \in B \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 \in (0, 1) \cup (2, 3) \cup (4, 5) \\ x_2 \in (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 \in (0, 1) \cup (2, 3) \cup (4, 5) \\ x_2 \in (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6) \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} 0 < -t-1 < 1 \\ 2 < -t-1 < 3 \\ 4 < -t-1 < 5 \end{cases}$$

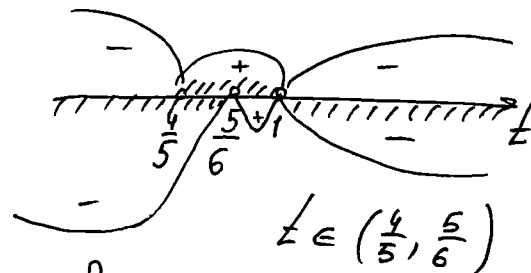
$$(2) \begin{cases} 1 < \frac{1}{1-t} < 2 \\ 3 < \frac{1}{1-t} < 4 \\ 5 < \frac{1}{1-t} < 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (1) \begin{cases} x_1 \in A \\ x_2 \in B \end{cases} \\ (2) \begin{cases} x_1 \in B \\ x_2 \in A \end{cases} \end{cases}$$

Бланк ответов
15

A

$$(3) \begin{cases} \frac{1}{1-t} - 5 > 0, \\ \frac{1}{1-t} - 6 < 0, \end{cases} \begin{cases} \frac{1-5+5t}{-(t-1)} > 0, \\ \frac{1-6+6t}{-(t-1)} < 0, \end{cases} \begin{cases} \frac{(t-\frac{1}{5})}{-(t-1)} > 0, \\ \frac{(1-\frac{5}{6})}{-(t-1)} < 0 \end{cases}$$



$$t \in (\frac{1}{5}, \frac{5}{6})$$

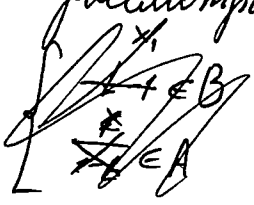
Решением системы (2) будет являться промежуток

$$t \in (0, \frac{1}{2}) \cup (\frac{2}{3}, \frac{3}{4}) \cup (\frac{4}{5}, \frac{5}{6})$$

Заметим, что у системы (1) и у системы (2) нет пересечений, тогда у системы

$$\begin{cases} x_1 \in A \\ x_2 \in B \end{cases} \text{ нет решений}$$

Теперь рассмотрим систему (2)



$$\begin{cases} x_1 \in B \\ x_2 \in A \end{cases} \begin{cases} -t-1 \in (1,2) \cup (3,4) \cup (5,6) \\ \frac{1}{1-t} \in (0,1) \cup (2,3) \cup (4,5) \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} 7 < -t-1 < 2 \\ 3 < -t-1 < 4 \\ 5 < -t-1 < 6 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 0 < \frac{1}{1-t} < 1 \\ 2 < \frac{1}{1-t} < 3 \\ 4 < \frac{1}{1-t} < 5 \end{cases}$$

1 обьединение

$$\begin{cases} 1 < -t-1 < 2 \\ 3 < -t-1 < 4 \\ 5 < -t-1 < 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 < t+1 < -1 \\ 4 < t+1 < 3 \\ -6 < t+1 < -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 < t < -2 \\ -5 < t < 4 \\ -7 < t < -6 \end{cases}$$

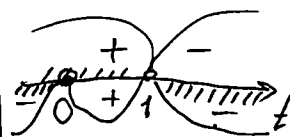
Решением тобьедин
будет для промежутков

~~или для~~
-7 -6 -5 -4 -3 -2 t

$$t \in (-7, -6) \cup (-5, -4) \cup (-3, -2)$$

$$(1) \begin{cases} \frac{1}{1-t} > 0, \\ \frac{1}{1-t} - 1 < 0, \end{cases}$$

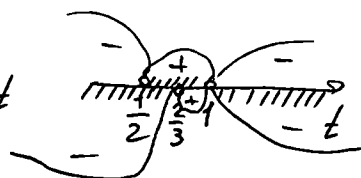
$$\begin{cases} \frac{1}{-(t-1)} > 0, \\ \frac{t}{-(t-1)} < 0, \end{cases}$$



$$t \in (-\infty, 0)$$

$$(2) \begin{cases} \frac{1}{1-t} - 2 > 0, \\ \frac{1}{1-t} - 3 < 0, \end{cases}$$

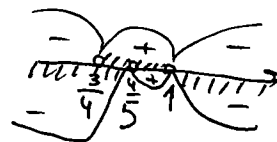
$$\begin{cases} \frac{t-\frac{1}{2}}{-(t-1)} > 0, \\ \frac{t-\frac{2}{3}}{-(t-1)} < 0, \end{cases}$$



$$t \in (\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$$

$$(3) \begin{cases} \frac{1}{1-t} - 4 > 0, \\ \frac{1}{1-t} - 5 < 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{t-\frac{3}{4}}{-(t-1)} > 0, \\ \frac{t-\frac{4}{5}}{-(t-1)} < 0, \end{cases}$$



$$t \in (\frac{3}{4}, \frac{4}{5})$$

Решением
будет 2 обьединения
для промежутков

0 1/2 2/3 3/4 4/5 t

$$t \in (-\infty, 0) \cup (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}) \cup (\frac{3}{4}, \frac{4}{5})$$

стр 5
2 обьединения

$$\begin{cases} 0 < \frac{1}{1-t} < 1 \\ 2 < \frac{1}{1-t} < 3 \\ 4 < \frac{1}{1-t} < 5 \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} \frac{1}{1-t} > 0 \\ \frac{1}{1-t} < 1 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \frac{1}{1-t} > 2 \\ \frac{1}{1-t} < 3 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} \frac{1}{1-t} > 4 \\ \frac{1}{1-t} < 5 \end{cases}$$

1/5

Бланк ответов

Тогда решаем (2) системы
Будет являться промежутком

$$\begin{cases} x_1 \in B \\ x_2 \in A \end{cases}$$

$$t \in (-7, -6) \cup (-5, -4) \cup (-3, -2)$$

т.к. у (1) системы нет решения, то ^{решением} ~~у~~ ^{объединение}

для промежутком

$$t \in (-7, -6) \cup (-5, -4) \cup (-3, -2)$$

Обратная замена:

$$t = k - 1$$

$$\begin{cases} -7 < k - 1 < -6 \\ -5 < k - 1 < -4 \\ -3 < k - 1 < -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -8 < k < -6 < k < -5 \\ -4 < k < -3 \\ -2 < k < -1 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \text{число} & \text{число} & \text{число} \\ -6 & -5 & -4 & -3 & -2 & -1 & k \end{matrix}$$

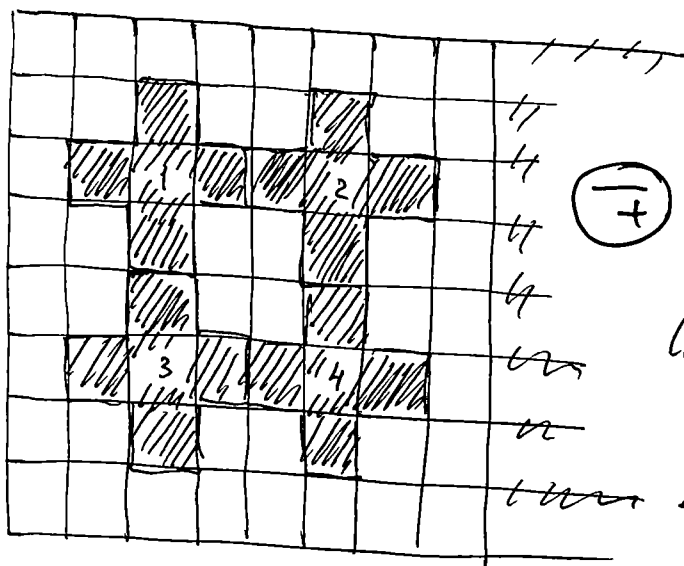
$$k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$$

Запомним, такие, что $t \neq \sqrt{2}$ и $t \neq -\sqrt{2}$

но поскольку эти значения не входят в промежуток ~~дана~~, то их можно не писать

Ответ: $k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$

1/3



Если расположить кресты подобным образом, то их число составит 4

4-НАИМЕНЬШЕЕ КОЛ-ВО крестов

Сами кресты ~~наиболее отклоняется от края~~ и сближены в центр, поскольку для создания креста ~~нужно~~ 3 клетки ~~поперек~~

