



Проверочный лист
Заполняется участниками

Направление

анализ данных информатика история
 математика обществознание русский язык
 физика химия

Класс

8 9 10 11

Город участия

Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке


Время выхода с до

Протокол проверки
Заполняется жюри

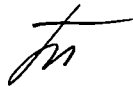
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	-	0	-	0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Балл члена жюри №2	20	-	0	-	19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Итоговый балл

Подпись члена жюри №1



Подпись члена жюри №2



Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Задача №1

Известно $f(\overline{ab}) f(\overline{bc}) f(\overline{ca}) = abc$ где $a, b, c \neq 0$

Пусть $a = b = k$ $f(\overline{kk}) f(\overline{kc}) f(\overline{ck}) = k^2 c$

$f(\overline{kk}) = k$, это следует из условия и $k \neq 0$, то получим что

$f(\overline{kc}) f(\overline{ck}) = kc$ если $k=c$ рассмотрим позже, будем считать что $k \neq c$, то есть $f(\overline{kc}) f(\overline{ck}) = kc$ возможно только при

$$\begin{cases} f(\overline{kc}) = k \\ f(\overline{ck}) = c \end{cases} \text{ или } \begin{cases} f(\overline{kc}) = c \\ f(\overline{ck}) = k \end{cases} \text{ (при условии } k \neq c)$$

Из этого следует, что $f(\overline{kc}) + f(\overline{ck}) = c + k$ при $k=c$

$f(11) + f(12) + f(22) = 1 + 2 + \dots + 4 = \frac{9 \cdot 10}{2} = 45$

Далее рассмотрим возможные случаи $k=c$

1) $k=1$ $f(\overline{1c}) f(\overline{c1}) = c$ $c \in \{2, 3, 9\}$

$\Sigma = 3 + 4 + \dots + 10 = \frac{11 \cdot 10}{2} - 3 = 52$

2) $k=2$ $f(\overline{2c}) f(\overline{c2}) = 2c$ $c \in \{3, 4, 9\}$

не будем $c=1$, k уже рассмотрели эти случаи
 ~~$\Sigma = 4 + 5 + 2 + \dots + 8$~~ $\Sigma = 5 + 6 + \dots + 11 = \frac{5+11}{2} \cdot 7 - 5 = 56$

3) $k=3$ $f(\overline{3c}) f(\overline{c3}) = 3c$ $c \in \{4, 5, 9\}$

$\Sigma = 7 + 8 + \dots + 12 = \frac{7+12}{2} \cdot 6 = 57$
 $- 13 - 3 - 5 = 37$

4) $k=4$ Аналогично в остальных случаях:

$k=4$ $\Sigma = 9 + 10 + \dots + 13 = 54$
 $- 11 - 5 = 43$

$k=5$ $\Sigma = 11 + 12 + \dots + 14 = 55$
 $- 15 - 3 - 5 = 37$

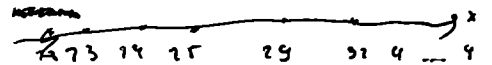
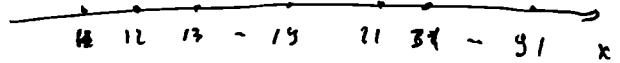
$k=6$ $\Sigma = 13 + 14 + \dots + 15 = 42$

$k=7$ $\Sigma = 15 + 16 + \dots = 31$

$k=8$ $\Sigma = 17$

$k=9$ - $c \in \{3\}$ и она уже учтена
 $\Sigma = 0$

Для этих k построим $f(x)$



Общая $\Sigma =$

$$\begin{aligned} & \frac{57+56}{108} + \frac{105}{2} + 57 + 42 + 31 + 17 - \\ & - 108 + 105 + 99 + 31 + 17 = \\ & = 713 + 130 + 17 = 860 + 130 = \\ & = 990 \end{aligned}$$

Ответ $360 + 45 = 405$

+

Задача 15

$$A = \{0, 1, 5\}$$

$$B = \{1, 7, 6\}$$

$(k-1)x^2 + (k-1)x + k = 0$ имеет 1 корень если $k \in A$ и 2 корня если $k \in B$

$k \neq 1$, т.к. тогда уравнение имеет 2 корня и $k=1 \in A$

Подставим в уравнение $x = -k$

$$(k-1)k^2 + (k-1)^2k + k = 0 \quad | \quad k \neq 0 \quad (\text{проверим } k=0 \text{ позже})$$

$$k^2 - 2k - k^2 - 1 + 2k + 1 = 0$$

$$0 = 0, \text{ т.е. } x = -k - \text{корень } \checkmark$$

Заметим, что будет ли условие $D > 0$ (позже проверим с помощью калькулятора)

$$x(-k) = \frac{k}{k-2} \quad \text{Получаем, что уравнение имеет 2 корня } x = -k$$

$$x = -\frac{1}{k-2} \checkmark$$

$$x = -\frac{1}{k-2}$$

Заметим, что $x = -\frac{1}{k-2}$ принадлежит A или B , то есть он должен удовлетворять условиям задачи. Проверим, что $1 - k - 2$, т.е. $k - 2 = 1$ или $k - 2 = -1$

$$k = 3 \quad k = 1 \quad \text{при этих значениях } k \text{ корни}$$

$(-3, -1)$ или $(-1, 1)$ это не подходит под условие задачи

Проверим, что

$$k = 0 \quad -1x^2 + x = 0$$

$$x(1-x) = 0$$

$x = 0$ или $x = 1$ также не подходит под условие задачи

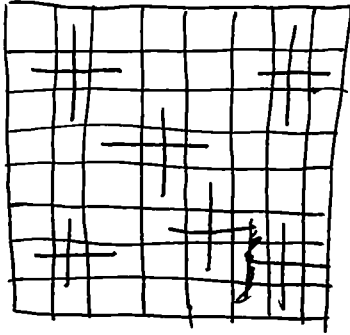
Ответ: такие k не существуют

Существуют

Бланк ответов

Ответ 6

Можно меньше

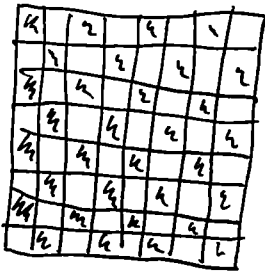


Если прилеж или 6 крестов

Докажем, что ≤ 5 крестов

Пусть клеток ≤ 5 , раскрасим доску в шахматную

раскраску



пусть крестиков $K \leq 5$

Каждый крестик занимает или 4 или 1 или 2 или 3

1 2 3 4

пусть крестиков $1 \text{ и } 2 = n$, тогда крестиков $1 \text{ и } 3 =$

$$\begin{array}{l} \text{Занято клеток} \\ \begin{array}{cc} n & 3 \\ 4n & n \\ k-n & 4(k-n) \end{array} \end{array}$$

$$\text{Занято клеток} \quad 4n + k - n = 3n + k$$

$$\text{Занято клеток} \quad 4k - 4n + n = 4k - 3n \leq 20 \text{ белых клеток}$$

то есть еще $7-12$ белых клеток при этом $n \leq 7 + k$ или занятые белых клеток

или отрезки $k \leq 6$ то есть занятых клеток ≤ 26 , то есть свободных еще $7-6$ клеток

но среди 6 клеток и 12 белых клеток можно поставить еще 1 крест

$x \text{ и } y$



Линия отреза

Бланк ответов

