



## Титульный лист

Направление  анализ данных  информатика  история  
 математика  обществознание  русский язык  
 физика  химия

Класс  8  9  10  11

Фамилия П Е Р В У Х И Ч А

Имя С О Ф Ъ Я

Отчество Е В Г Е Н Ь Е В И Ч А

Дата рождения 2 9 0 8 2 0 0 8

Город участия Е К А Т Е Р Ч И Н Б У Р Г

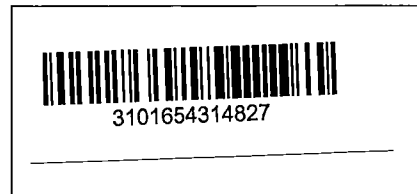
Аудитория Ф Т 4 2 5

Дата 0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



## Проверочный лист

### Заполняется участниками

**Направление**

анализ данных     информатика     история  
 математика     обществознание     русский язык  
 физика     химия

**Класс**

8     9     10     11

**Город участия**

Е К А Т Е Р Ц И Н Б У Р Г

### Заполняется организаторами

Количество доп листов     Количество черновиков к проверке

Время выхода с   до

### Протокол проверки

#### Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	3	20	7	0	0					
Балл члена жюри №2	3	0	20	0	10					

**Итоговый балл**

**Подпись члена жюри №1**

**Подпись члена жюри №2**

**Пример заполнения**

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Задача 1

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad f(\overline{ab}) f(\overline{bc}) f(\overline{ca}) = abc$$

1с1  $f(\overline{ab}) = a \Rightarrow f(\overline{bc}) f(\overline{ca}) = bc$

~~если  $f(\overline{bc}) = c$~~

если  $f(\overline{bc}) = c \Rightarrow f(\overline{ca}) = b \Rightarrow \begin{cases} c = b \\ a = b \end{cases}$  частный случай из условия числа модые, то есть возможен набор, где  $c + b \neq a$

если  $f(\overline{bc}) = b \Rightarrow f(\overline{ca}) = c \Rightarrow \frac{f(\overline{a_1 a_2}) = a_1}{\text{не всегда!}}$

2с1  $f(\overline{ab}) = b \Rightarrow f(\overline{bc}) f(\overline{ca}) = ac$

аналогичный случай

если  $f(\overline{ca}) = a \Rightarrow f(\overline{bc}) = c \Rightarrow \begin{cases} a = b \\ a = c \end{cases}$

если  $f(\overline{ca}) = a \Rightarrow f(\overline{bc}) = c \Rightarrow \frac{f(\overline{a_1 a_2}) = a_2}{\text{не всегда!}}$

$$Z = f(11) + f(19) + f(21) + f(29) + f(91) + f(99)$$

$$\frac{8 \cdot 5}{405}$$

если  $f(\overline{a_1 a_2}) = a_1$ , то  $Z = 9(1 + 9) \Rightarrow Z = 9 \cdot \frac{1+9}{2} \cdot 9 = 81 \cdot 5 = 405$

если  $f(\overline{a_1 a_2}) = a_2$  то  $Z = (1 + 9) \cdot 9$

Ответ 405

Приведен пример  
возможной функции,  
☺

# Задача 2

Поле  $2025 \times 2025$  кв

Змейка - 8 кв

Рас-н  $2025^*$  по mod 8

~~2025~~  $2025 \equiv 2000 + 25 \equiv_{8} 1 \Rightarrow 2025^2 \equiv_{8} 1^2 \equiv_{8} 1$

Это при каком?

На поле остается 1 клетка при правильной игре.


~~когда на поле было заполнено~~

$2025^2 - 1$  клетка - это был ход Максима\* (т.к. он ходит

~~2025~~  $2025 \equiv_{16} 1600 + 425 \equiv_{16} 25 \equiv_{16} 9$  число клеток кратное 8 (второй) на поле  
 \* Подсчитав  $2025^2 - 5 \equiv_{16} 80 \equiv_{16} 0$  на поле займем 16 клеток змейки  
 $\Rightarrow$  где Дима останется только 1 клетка и он проигрывает

Выиграет Максим  
 Ответ Максим

За ход можно не только 8 клеток змейкой заныть, но и заблокировать доступ к другим клеткам

Пример 

Оценка использует метод дальних (крайних) точек

A, B, C, D - дальние точки

Заметим, что 1 крест покрывает не более 1 точки (т.к. высота креста 3 клетки, а чтобы покрыть 2 точки, надо хотя бы 4 клетки)

Пусть ~~мы~~ мы покрывим 3м крестом 3 точки и 8 0 0 не покрыву + A (из симметрии рисунка)


Тогда  $\exists$  прямоугольн  $3 \times 3$ , который не пересекается с нашими крестами, он содержит 1A

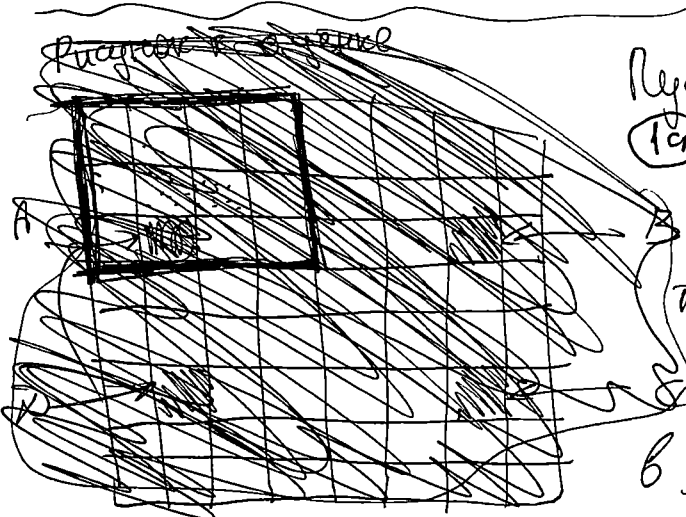
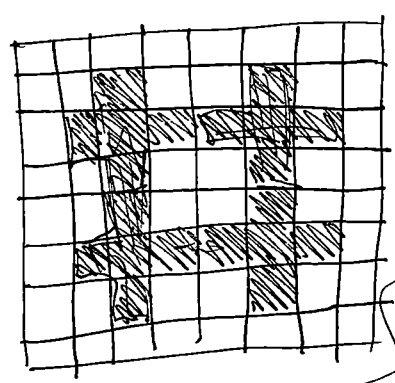
В этом прямоугольн можем вырезать еще один крест (он указан точками)

~~За на поле змейка, но она не задевает на хвосте змейки~~

~~Ответ 1 крест~~

2сн 3 креста не покрывают более 1 точки ~~на A, B~~  
 при такой расстановке на доске поместится более 4 крестов рас-н ~~клеточные~~  $\rightarrow$

Задача 3  
 Пример  
 4 креста  
 Оценка +  




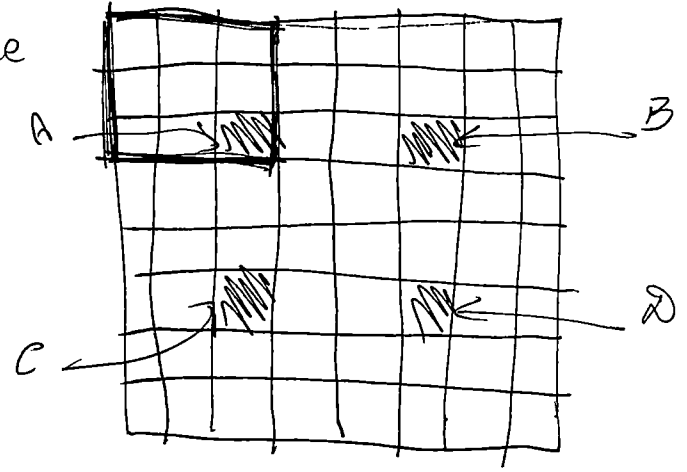
Линия отреза

Бланк ответов

Рисунок к задаче

уловые квадраты  $3 \times 3$ , содержащие наши точки. Если квадрат не пересечен крестом  $\Rightarrow$  в нем можно вырезать крест  
 $\downarrow$  крест пересекает  $\leq 1$  квадрат  $\Rightarrow$  можно вырезать хотя бы 1 крест

(1с)



Задача 5

$A = (0, 3) \cup (2, 3) \cup (4, 5)$   $B = (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6)$   
 $f(x) = (k-2)x^2 + (k-3)x + k = 0$   $\exists x_1, x_2$   $x_1 \in A$   $x_2 \in B$

$f(x)$  - парабола с ветвями  $\uparrow$  вниз  
 Почему?

Заметим что  $A \cap B = \emptyset \Rightarrow x_1 \neq x_2 \Rightarrow \Delta > 0$

$\Delta = (k-3)^2 - 4k(k-2) > 0$   
 ~~$\Delta = k^4 - 4k^3 + 6k^2 - 4k + 5 - 4k^3 + 8k^2 > 0$~~   
 ~~$\Delta = k^4 - 4k^3 + 10k^2 - 4k + 5 > 0$~~   
 ~~$\Delta = k^4 + 6k^2 + 4k + 5 > 0$~~   
 ~~$\Delta = k^4 + 2k^3 + 4k^2 + 4k + 5 > 0$~~   
 ~~$\Delta = k^4 + 2k^3 + 4k^2 + 4k + 5 > 0$~~

По теореме Виета  $x_1 x_2 = \frac{k}{k-2}$

$x_1 + x_2 = -\frac{(k-3)^2}{k-2}$

Заметим что  $x_1, x_2 > 0$

$\Rightarrow x_1 + x_2 > 0 \rightarrow \frac{(k-3)^2}{2-k} > 0 \Rightarrow k < 2$   
 $x_1 x_2 > 0 \rightarrow \frac{k}{k-2} > 0$  так как  $k-2 < 0 \Rightarrow k < 2$

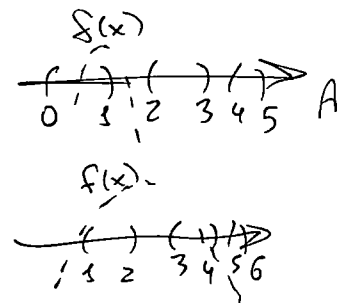
~~$\forall x_1 \in A$   $x_1 > 0$~~   
 ~~$x_2 \in B$   $x_2 > 1 \Rightarrow x_1 + x_2 > 1$~~

$(k-1)^2 > 2-k$   
 $\frac{(k-1)^2}{2-k} > 1 \Rightarrow (k-1)^2 > 2-k$   
 $(2k) > 0$   $k^2 - k - 1 > 0$

$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$   $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$   $k$

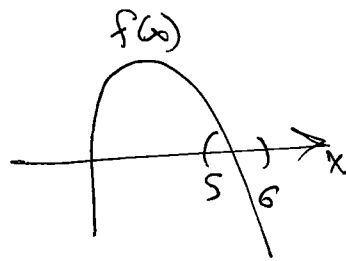
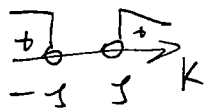
$f(0) = k$   
 $f(1) = (k-2) + (k-3) + k = (k-1)(k+1) > 0$   
 $f(2) > 0$  из графика

~~...~~  
 прогоняю  
 реш на своей стороне



$$f(1) = (k-1)(k+1) > 0$$

$$f(6) < 0 \text{ на границе}$$

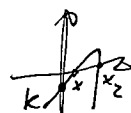
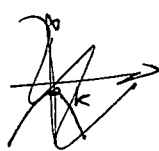


~~$$f(x) = 3x^2 + 5x + 6$$~~

$$f(x) = 36(k-2) + (k-1)^2 x + k$$

$k < 0$  - не подходит

$$f(x) = (k-2)x^2 + (k-1)^2 x + k$$



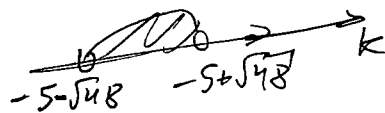
$$x_0 = \frac{-(k-1)^2}{2(k-2)} < \frac{k^2 - 2k + 1}{4 - 2k} \in (0, 6)$$

$$\frac{k^2 - 2k + 1}{4 - 2k} < 6 \quad |4 - 2k| > 0$$

$$k^2 - 2k + 1 < 24 - 12k$$

$$k^2 + 10k - 23 < 0$$

$$k_{1,2} = -5 \pm \sqrt{25 + 23} = -5 \pm \sqrt{48}$$



$$x_{1,2} = \frac{-(k-1)^2 \pm \sqrt{\Delta}}{2(k-2)} \notin \mathbb{Z} \text{ (иначе } \exists \text{ сущ.)}$$

при  $k = -3$   $x_1 = 3$   
 $x_2 = \frac{1}{5}$

$k = -4$   $x_1 = 4$   
 $x_2 = \frac{1}{6}$

Показано, что  $k < 0$   
Далее существенных  
продвижений нет

Бланк ответов

Задача 4

$BF = FC$  (тк  $ABC$  р/с)   
 $PF$  - медиана в  $SPT$

$PF = SF = FT$

$\angle(A, W) = \angle ADB = \angle AEC$

$AD = AE$  (как отрезки касательных)

$BF = BD$    
 $CE = CF$    
 $\Rightarrow AD = DB = AE$    
 $\Rightarrow \triangle ADE = \triangle BDF$  по 2 кат

$\angle SPF = \alpha$    
 $\angle PFC = 2\alpha$  как внешний  $\angle$    
 $\angle PKL = 60 - \alpha$  тк  $\angle KSB$

