



## Титульный лист

Направление  анализ данных  информатика  история  
 математика  обществознание  русский язык  
 физика  химия

Класс  8  9  10  11

Фамилия В А С Ю Н И Н

Имя Б О Р И С Л А В

Отчество В И Т А Л Ь Е В И Ч

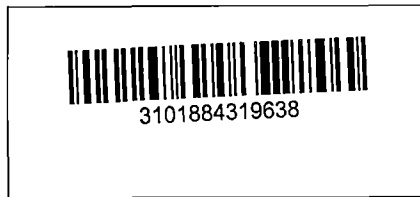
Дата рождения 0 4 0 6 2 0 0 8

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Р Т Ч 1 Б

Дата 0 2 0 1 2 0 2 6      Подпись

Пример заполнения  
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



## Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление  анализ данных  информатика  история  
 математика  обществознание  русский язык  
 физика  химия

Класс  8  9  10  11

Город участия

## Заполняется организаторами

Количество доп. листов   Количество черновиков к проверке

Время выхода с     до

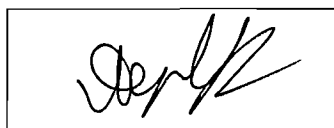
## Протокол проверки

Заполняется жюри

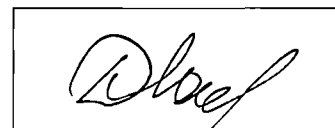
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	<input type="text" value="18"/>	<input type="text" value="-"/>	<input type="text" value="20"/>	<input type="text" value="-"/>	<input type="text" value="5"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Балл члена жюри №2	<input type="text" value="18"/>	<input type="text" value="-"/>	<input type="text" value="20"/>	<input type="text" value="-"/>	<input type="text" value="5"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Итоговый балл

Подпись члена жюри №1

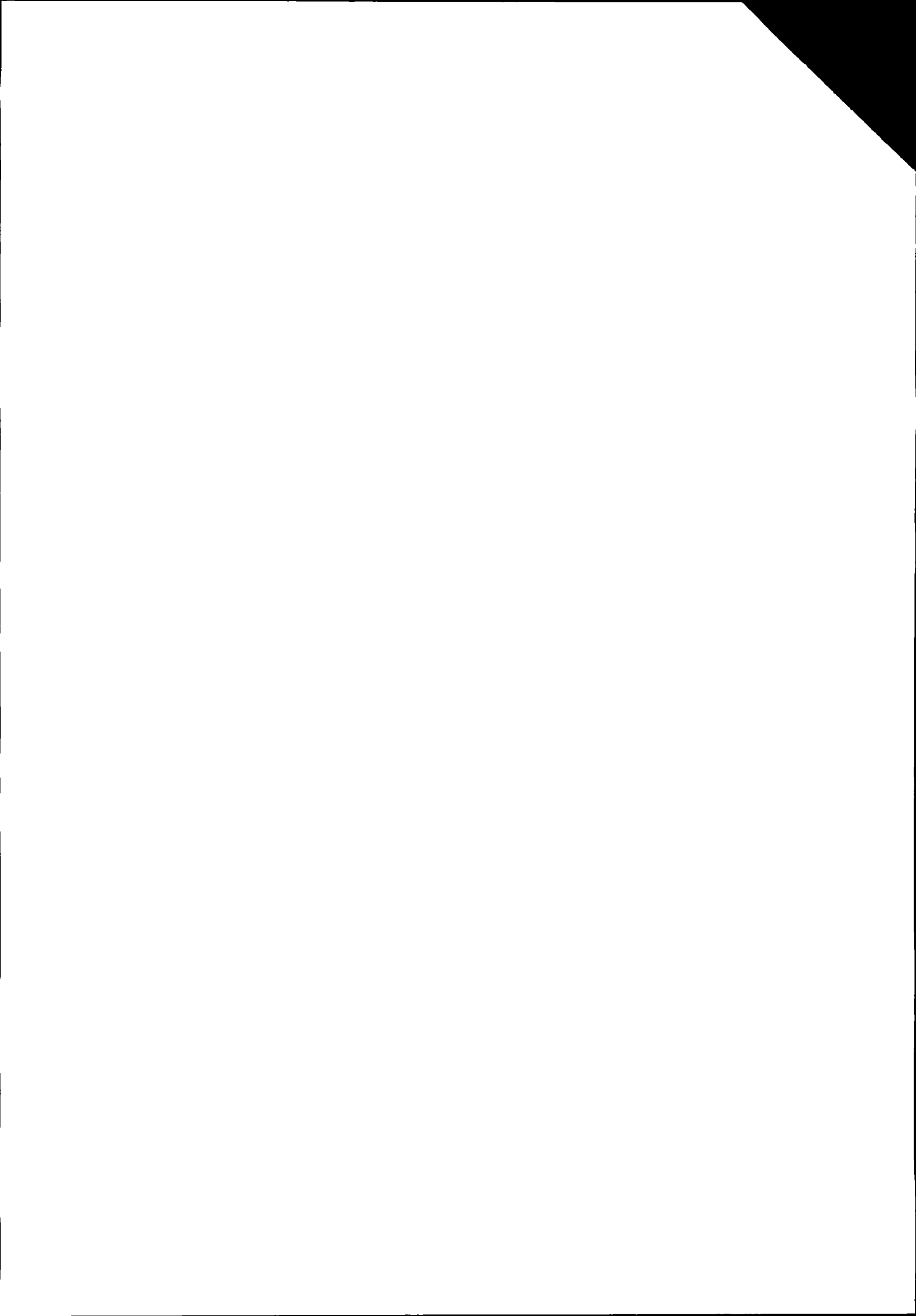


Подпись члена жюри №2



Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Бланк ответов

№1

Пусть  $b \in \mathbb{C}$ , тогда  $f(ab) f(ba) = f(ba) = ab^2 \Rightarrow f(ab) f(ba) = ab^2 \Rightarrow f(ab) f(ba) = ab$  (т.к.  $f(bb) = b$  (с очевидностью, что  $f(bb) = b$ )

Значит, если  $f(ab) = a$ , то  $f(ba) = \frac{ab}{a} = b \Rightarrow$  у двузначных чисел справедливы утверждения  $f(ab) + f(ba) = a + b \checkmark$

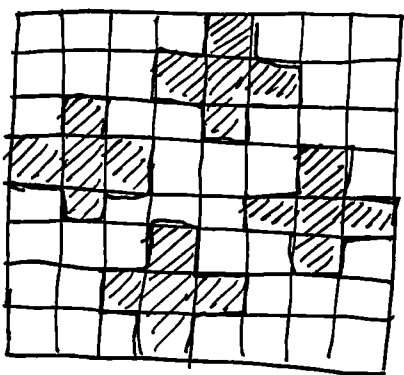
Тогда  $f(11) + \dots + f(19) + f(21) + \dots + f(29) = 1 + \dots + 9 + f(12) + f(21) + \dots + f(19) + f(91)$

- 1 - (1, 1) - посчитано
- 2 - (1, 2) и (2, 1) - посчитано
- 3 - (1, 3) и (3, 1) - посчитано
- 4 - (1, 4) и (2, 2) - посчитано
- 5 - (1, 5) и (2, 3) - посчитано
- 6 - (1, 6) (2, 4) (3, 2) - посчитано
- 7 - (1, 7) (2, 5) (3, 4) - посчитано
- 8 - (1, 8) (2, 6) (3, 5) (4, 4) - посчитано
- 9 - (1, 9) (2, 7) (3, 6) (4, 5) - посчитано
- 10 - (1, 0) (2, 8) (3, 7) (4, 6) (5, 5) - посчитано
- 11 - (2, 9) (3, 8) (4, 7) - посчитано
- 12 - (3, 9) (4, 8) (5, 7) - посчитано
- 13 - (4, 9) (5, 8) (6, 7) - посчитано
- 14 - (5, 9) (6, 8) (7, 7) - посчитано
- 15 - (6, 9) (7, 8) - посчитано
- 16 - (7, 9) (8, 8) - посчитано
- 17 - (8, 9) - посчитано
- 18 - (9, 9) - посчитано

при разном числе  $a$  и  $b$  обозначим сумму из условия за  $S$   
 Тогда  $S = 1 + 2 + \dots + 9$  (числа с одинаковыми цифрами) +  $4 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 9 \cdot 3 + 9 \cdot 4 + 10 \cdot 4 + 9 \cdot 2 + 12 \cdot 3 + 13 \cdot 2 + 14 \cdot 2 + 15 \cdot 2 + 16 + 17 =$   
 $= \frac{9 \cdot 10}{2} + 4 \cdot 1 + 16 + 12 + 2 \cdot (5 + 6 + 7 + 8 + 9) + 3 \cdot (4 + 5 + 6 + 7 + 8) + 4 \cdot (3 + 4 + 5) = 45 + 40 + 2 \cdot 40 + 3 \cdot 40 + 4 \cdot 40 = 45 + 10 \cdot 40 = 445$  Ответ: 445

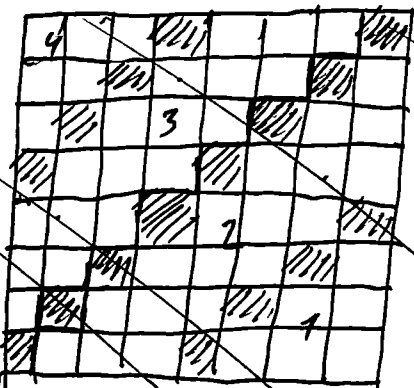
Все пары использованы и когда посчитано ровно 1 раз

Ответ: 4  
 Пример



Пример, очевидно, работает  
 - пример

Оценка



главная диагональ

Докажем, что трех крестов не хватит

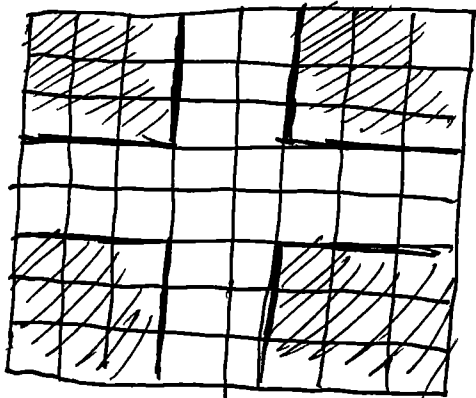
Значит  $k=4$  вынужденно замкнутые формы клетки.

Докажем, что если крест стоит в зоне 3, то зона 2 не может быть пустой, то он не попадает в зону 2 (но здесь нет)

Заметим, что в зоне 3 всегда можно поставить крест так, что он не попадет в зону 2, то есть не попадет в зону 2. То в зоне 2 можно проделать аналогичные действия и тогда получим 4 креста.

Если крест из зоны 3 попал в зону 2, то его центр на главной диагонали и он не попадает в зону 1 и 4. Если того, он не попадает в клетки с точками. Тогда в зоне 1 и 4 можно поставить еще кресты, кроме от зон 2 и 3 они займут только клетки с точками. Тогда на главной диагонали останется один крест. Это очевидно, всегда можно разместить. Значит 3-х крестов не хватит. Значит 3-х крестов не хватит.

Оценка



Заметим, что один крест занимает не больше одного замкнутого квадрата. А точек зон 4, значит крест не хватит. Оценка

+

1)  $(k-2)x^2 + (k-1)x + k = 0$   $\frac{N}{D}$   $k=2$  корень 1

$x^2 + \frac{k-1}{k-2}x + \frac{k}{k-2} = 0$

$x_1, x_2 = \frac{k}{k-2}$

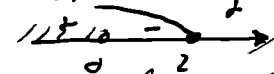
$x_1 + x_2 = \frac{-(k-1)}{k-2}$

$x_1, x_2 > 0 \Rightarrow k x_1 \in A \text{ и } x_2 \in B$

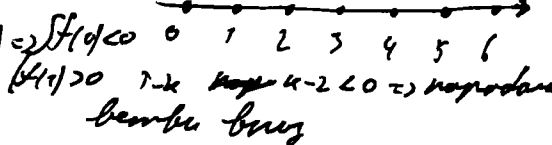
$\Rightarrow k-2 < 0 \Rightarrow k < 2 \Rightarrow k x_1 + x_2 > 0$

$\Rightarrow k < 0 < 0$

2)  $x_1, x_2 > 0 \Rightarrow \frac{k}{k-2} > 0$



3)  $x_1 x_2 = \frac{k}{k-2} \geq 1 + \frac{2}{k-2} = 1 - \frac{2}{k-2} \Rightarrow x_1 x_2 < 1 \Rightarrow x_1 \in (0, 1) \Rightarrow f(1) < 0$



$\Rightarrow k < 0 \Rightarrow (k-2) + (k-1) + k > 0$   
 $k^2 - 2k + 1 + 2k - 2 = k^2 - 1 = (k-1)(k+1) > 0 \Rightarrow k < -1$

4)  $x_2 \in (1, 2) \text{ или } (3, 4) \text{ или } (5, 6)$

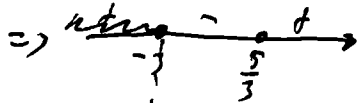
Бланк ответов

В а-й  $x_2 \in (1, 2) \Rightarrow f(1) > 0, f(2) < 0$   
 $\begin{cases} k < -1 \\ 4(k-2) + 2(k-1)^2 + k < 0 \\ 4k - 8 + 2k^2 - 4k + 2 + k < 0 \\ 2k^2 + k - 6 < 0 \\ (k+2)(k-3) < 0 \Rightarrow k \in (-2, 1) \end{cases}$

Значит  $k \in (-2, -1)$

II  $x \in (3, 4) \Rightarrow \begin{cases} f(3) > 0 \\ f(4) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9(k-2) + 3k^2 - 6k + 3 + k > 0 \\ 16(k-2) + 4k^2 - 8k + 4 + k < 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 3k^2 + 4k - 15 > 0 \Rightarrow 3(x+3)(x-\frac{5}{3}) > 0 \\ 4k^2 + 9k - 29 < 0 \\ \Rightarrow -36 + 16 \cdot 29 = 4(9+16) + 16 - 22^2 \\ k_{1,2} = \frac{-9 \pm 22}{8} \begin{cases} k_1 = -\frac{31}{8} \\ k_2 = \frac{13}{8} \end{cases} \end{cases}$



$\Rightarrow k \in (-\frac{31}{8}, \frac{13}{8})$

пер-ва ренка неверна

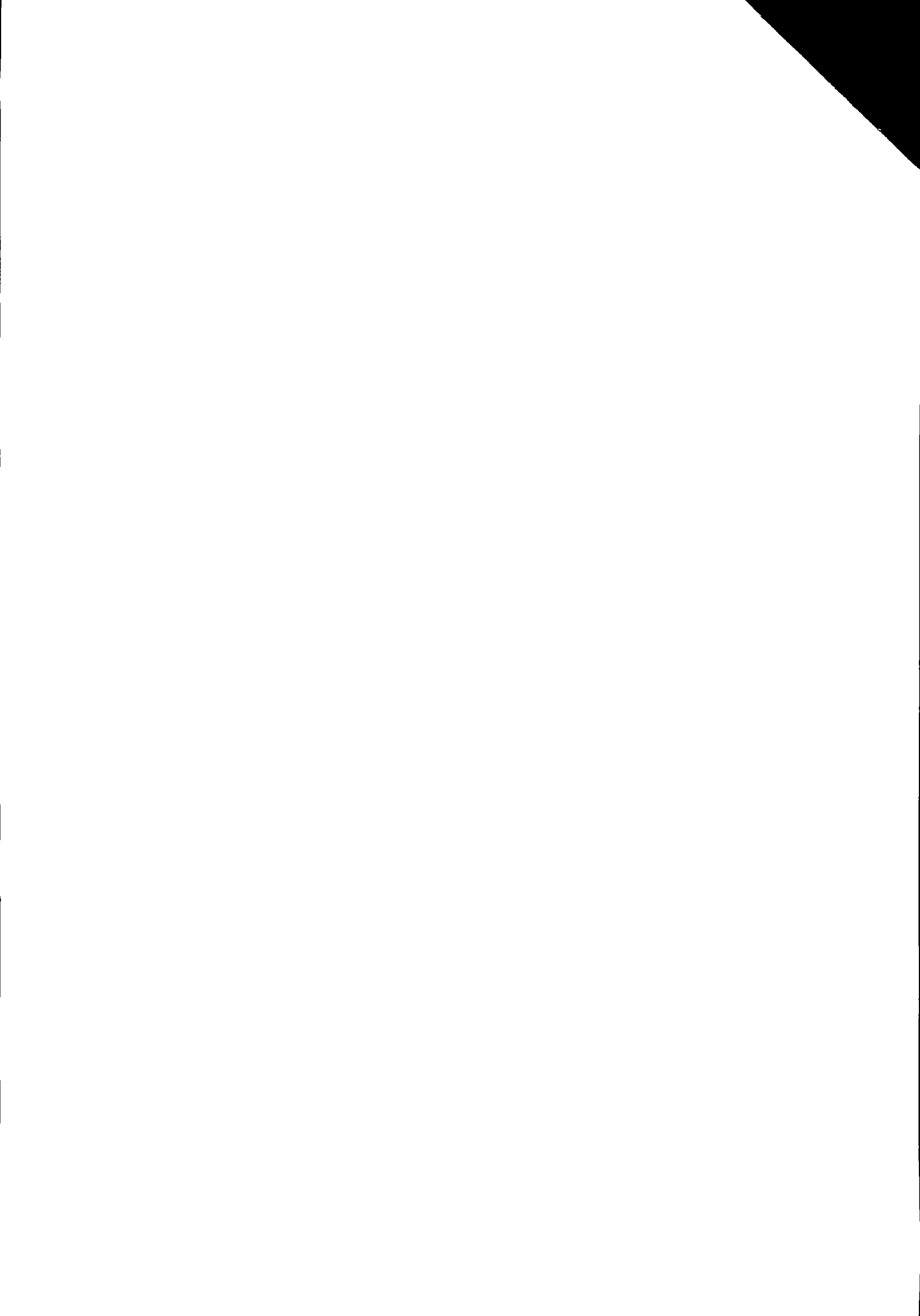
III  $x \in (5, 6) \Rightarrow \begin{cases} f(5) > 0 \\ f(6) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 25(k-2) + 5k^2 - 10k + 5 + k > 0 \\ 36(k-2) + 6k^2 - 12k + 6 + k < 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 5k^2 + 16k - 45 > 0 \\ \Delta = 4 \cdot 16^2 + 4 \cdot 5 \cdot 45 = 4(64+112.5) = 4 \cdot 176.5 \\ 6k^2 + 25k - 66 < 0 \\ \Delta = 625 + 36 \cdot 99 = 625 + 35724 = 36349 \end{cases}$

$\begin{cases} k_{1,2} = \frac{-16 \pm 39}{10} > 0 \Rightarrow k \in (-\infty, -5) \cup (1.9, +\infty) \\ k_{3,4} = \frac{-25 \pm \sqrt{2209}}{12} < 0 \Rightarrow k \in (-\frac{25 - \sqrt{2209}}{12}, \frac{\sqrt{2209} - 25}{12}) \Rightarrow k \in (-\frac{25 - \sqrt{2209}}{12}, -5) \end{cases}$

$\begin{matrix} 25 + \sqrt{2209} > 60 & \frac{235}{35} \\ \sqrt{2209} > 35 & \frac{175}{35} \\ \hline & \frac{105}{35} \\ & \frac{1225}{35} \end{matrix}$

Ответ:  $k \in (-\frac{25 - \sqrt{2209}}{12}, -5) \cup (-\frac{31}{8}, -3) \cup (-2, -1)$



Линия отреза

Бланк ответов

