ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101572652238

Титульный лист

Направление

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [x] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия БУРЛАКОВА

Имя ДАРЬЯ

Отчество ГРИГОРЬЕВНА

Дата рождения 30 12 2007

Город участия МАГНИТОГОРСК

Аудитория 15

Дата 31 01 2026 **Подпись** ДБурл

Пример заполнения АБВГДЕЖЗИЙКЛМНОПРСТУФ
ХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ1234567890

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101572652238

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [x] физика
- [ ] химия

Класс
- [ ] 8
- [ ] 9
- [ ] 10
- [x] 11

Город участия МАГНИТОГОРСК

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	5	25	12	21						
Балл члена жюри №2	5	25	12	21						

Итоговый балл 63

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

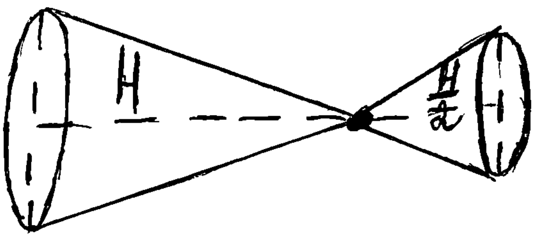
Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Задача 3

Бланк ответов



У нас есть 2 конуса

1) Большой конус, с высотой H, заряд Q распределён равномерно по объёму

2) Малый конус, с высотой $\frac{H}{2}$, форма такая же, угол при вершине большого равен углу при вершине малого $\Rightarrow$ конусы подобны с коэффициентом $\frac{1}{2}$

Изначально малый конус нейтрален, потом заряд Q перетекает так, чтобы объёмные плотности стали одинаковыми

Потенциал φ в вершине конуса создается всем его зарядом

Т.к конусы подобны при изменении высоты, то при одинаковой форме и равномерной плотности заряда потенциал в вершине пропорционален плотности заряда (ρ) и пропорционален квадрату размеру h^2

Но $\rho = \frac{Q}{V}$, а $V \propto h^3$, значит, $\rho \propto \frac{Q}{h^3}$

Тогда $\varphi \propto \rho h^2 \propto \frac{Q}{h^3} h^2 = \frac{Q}{h}$

Потенциал в вершине конуса от его собственного заряда пропорционален $\frac{Q}{h}$

Константа пропорциональности одинакова для обоих конусов

Заряд Q весь в большом конусе, малый нейтрален

Потенциал от большого конуса в его вершине

$$\varphi_{нач} = k\frac{Q}{H}$$

Заряды Q_1 и Q_2 в двух конусах, оба создают потенциал в общей вершине

– От большого конуса $Q_1 = \frac{8}{9}Q$

$$\varphi_1 = k\frac{8Q}{9H}$$

- От малого конуса $Q_2 = \frac{1}{9}Q$

$$\varphi_2 = \frac{2Q}{9H}$$

Их потенциалы складываются (потенциал - скалярная величина)

$$\varphi_{кон} = \varphi_1 + \varphi_2 = k\frac{8Q\,9 + 2Q\,9}{H} = k\frac{10Q}{H}\,9$$

Тогда изменение потенциала $\frac{\varphi_{кон}}{\varphi_{нач}} = \frac{k\frac{10Q}{9H}}{k\frac{Q}{H}} = \frac{10}{9}$.

Потенциал увеличится в $\frac{10}{9}$ раз

Ответ: Потенциал увеличится в $\frac{10}{9}$ раз

Задача 4

$R = 3,8\cdot10^{-2}$ м/год

$M_З = 5,97\cdot10^{24}$ кг

$M_Л = 7,35\cdot10^{22}$ кг

$R = 384400$ км

$G = 6,6743\cdot10^{-11}$ м^3

$E_{враш}$

Луна удаляется за счет приливного торможения вращения Земли

Момент импульса системы сохраняется

$L_{полн} = L_З + L_Л$ — const

$$\frac{dL_З}{dt} + \frac{dL_Л}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dL_З}{dt} = -\frac{dL_Л}{dt}$$

Орбитальный момент Луны: $L_Л = M_Л v R$, $v = \sqrt{\frac{GM_З}{R}}$

$L_Л = M_Л R^2 \omega_{орб}$, $\omega_{орб} = \sqrt{\frac{GM_З}{R^3}}$

$L_Л = M_Л \sqrt{GM_З R}$

Энергия вращения Земли $E_{враш} = \frac{1}{2} I_З \omega_З^2 = \frac{L_З^2}{2I_З}$

$$\frac{dE_{враш\,З}}{dt} = \frac{L_З}{I_З}\frac{dL_З}{dt} = \omega_З \frac{dL_З}{dt}$$

Но $\frac{dL_З}{dt} = -\frac{dL_Л}{dt}$, поэтому $\frac{dE_{враш\,З}}{dt} = -\omega_З \frac{dL_Л}{dt}$

Производная $\frac{dL_Л}{dt}$

$$L_Л = M_Л \sqrt{GM_З}\, R^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{dL_Л}{dt} = M_Л \sqrt{GM_З}\, \frac{1}{2} R^{-\frac{1}{2}} \frac{dR}{dt}$$

Линия отреза

Бланк ответов

Подставим $\sqrt{GM_з} = R^{\frac{3}{2}} \omega_{орб}$

Заметим, что $\sqrt{GM_з} = \sqrt{\frac{GM_з}{R}} R = \sqrt{-\frac{U}{M_л}} \cdot R$

$F = G\frac{M_з M_л}{R^2}$ из $\vartheta = \sqrt{\frac{GM_з}{R}}$ имеем $\vartheta^2 = \frac{GM_з}{R}$

Тогда, $h_л = M_л \vartheta R = M_л \sqrt{GM_з R} = M_л R \vartheta$

и $\frac{dh_л}{dt} = \frac{M_л \vartheta}{2} \frac{dR}{dt}$

$(GM_з)^{\frac{1}{2}} R^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{GM_з}{R}} = \frac{\vartheta}{R^0} = \vartheta$

$\frac{dh_л}{dt} = M_л \frac{1}{2} \vartheta \dot{R}$

Получим, что $\frac{dh_л}{dt} = \frac{1}{2} M_л \vartheta \dot{R}$

$\frac{dE_{вращ з}}{dt} = -\omega_з \cdot \frac{1}{2} M_л \vartheta \dot{R}$

$\omega_з = \frac{2\pi}{T} \approx 7{,}2 \cdot 10^{-5}$ рад/с

Орбит скорость луны ϑ ~~$GM_з =$~~

$\vartheta = \sqrt{\frac{GM_з}{R}}$

$GM_з = 6{,}6743 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} \approx 3{,}9 \cdot 10^{14}$ м³/с²

$\frac{GM_з}{R} = \frac{3{,}9 \cdot 10^{14}}{3{,}844 \cdot 10^{8}} \approx 1 \cdot 10^6$ м/с

$\vartheta = \sqrt{1 \cdot 10^6} \approx 1000$ м/с

а $\dot{R}$ в м/с $\dot{R} = 3{,}8 \cdot 10^{-2}$ м/год   1 год $\approx 3{,}15576 \cdot 10^7$ с

$\dot{R} = \frac{3{,}8 \cdot 10^{-2}}{3{,}15576 \cdot 10^{7}} \approx 1{,}2 \cdot 10^{-9}$ м/с

$\frac{dE_{вращ з}}{dt}$ $M_л \vartheta = 7{,}35 \cdot 10^{22} \cdot 10^6 \approx 7{,}35 \cdot 10^{28}$ кг м/с

$\frac{1}{2} M_n \vartheta R = 0{,}5 \cdot 7{,}35 \cdot 10^{20} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-3} \approx 4{,}50 \cdot 10^{16}$ кг м²/с², с⁻¹

$-\omega_3 \frac{1}{2} M_n \vartheta R \approx -4{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot 4{,}50 \cdot 10^{16} \approx -3{,}2 \cdot 10^{12}$ Вт

Энергия вращения Земли уменьшается со скоростью $-3{,}2 \cdot 10^{12}$ Вт

Ответ: $-3{,}2 \cdot 10^{12}$ Вт

Задача 2

$\vartheta = 12$ км/с $= 12000$ м/с

$L = 400$ м

$F = 800$ мм

$a - ?$

Расстояние от линзы до ракеты $= d_0 = 400$ м.

1) По ф. тонкой линзы: $\frac{1}{F} = \frac{1}{d_0} + \frac{1}{S_0}$

$$\frac{1}{0{,}8} = \frac{1}{400} + \frac{1}{S_0}$$

$$S_0 \approx 0{,}8\text{ м}$$

2) Через малое время Δt ракета поднялась на $\vartheta \Delta t$

$$d = \sqrt{400^2 + (12000\Delta t)^2} \approx 400 + \frac{(12000\Delta t)^2}{800}$$

$$\Delta d = d - 400 = \frac{\vartheta^2 \Delta t^2}{2L}$$

3) Изменения $\frac{1}{d}$ и $\frac{1}{S}$

Из ф. тонкой линзы $\frac{1}{S} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d}$, значит $\frac{1}{S}$ противоположно изменению $\frac{1}{d}$

$$\Delta\frac{1}{S} \approx -\Delta\frac{1}{d} = +\frac{1}{d_0^2}\Delta d$$

(использована $\Delta\frac{1}{x} \approx -\frac{1}{x^2}\Delta x$)

4) Для $y = \frac{1}{S}$ $\quad \Delta\frac{1}{S} \approx -\frac{1}{S_0^2}\Delta S$

$$-\frac{1}{S_0^2}\Delta S = \frac{1}{d_0^2}\Delta d$$

$$\Delta S = -\frac{S_0^2}{d_0^2}\Delta d$$

$$\Delta S = -\frac{S_0^2}{L^2}\,\frac{\vartheta^2 \Delta t^2}{2L}$$

Линия отреза

Бланк ответов

Т.к. в начальный момент скорость матрицы 0, то её перемещение при равноускоренном движении

$$\Delta S = \frac{a \Delta t^2}{2}$$

$$\frac{a_\Delta t^2}{2} = -\frac{S_0^2}{L^2} \frac{v^2_\Delta t^2}{2L}$$

$S_0^2 = 0{,}64256 \, м^2$

$v^2 = 144 \cdot 10^6 \, м^2/с^2$

$L^3 = 64 \cdot 10^6 \, м^3$

$$a = \frac{-0{,}64256 \cdot \cancel{10} \cdot 144 \cdot 10^6}{64 \cdot 10^6} \approx -1{,}446 \, м/с^2$$

Ответ: $-1{,}446 \, м/с^2$

Задача 1

Частица со скоростью v тормозится в конденсаторе с ускорением $a = \frac{qE}{m}$

Пройденный путь до остановки $d_{max} \frac{v^2}{2a}$

Частицы, прошедшие путь хотя бы d, имеют скорость $v \geq \sqrt{2ad}$, то есть $v \sim \sqrt{d}$

Доля таких частиц равна интегралу от потока частиц $j(v) = n(v)$

Из $P \sim d^k$ и $v \sim \sqrt{d}$ получаем $j(v) \sim v^{2k}$

$P(d)$ — интеграл от $j(v) = n(v)$ по v от v_{min} до $+\infty$

$P \sim v^{2k}$, поэтому $1 - \beta = 2k$, $\beta = 1 - 2k$

Итак $j(v) \sim v^{1-2k}$, а $n(v) = j(v)/v \sim v^{-2k}$

Концентрация частиц по скорости $n(v) \propto v^{-2k}$, где k — наклон прямой на графике $\ln P$ от $\ln d$