ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026316043842

Титульный лист

Направление

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия	ЛЫСАКОВ
Имя	АНТОН
Отчество	СЕРГЕЕВИЧ
Дата рождения	04 11 2008
Город участия	КУРГАН
Аудитория	212

Дата 02 02 2026 **Подпись** Антон

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2026316043842

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Город участия КУРГАН

Заполняется организаторами

Количество доп листов 00 Количество черновиков к проверке XX

Время выхода с 12 01 до 12 08

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	3	0	0	–	20					
Балл члена жюри №2	3	0	0	–	20					

Итоговый балл 23

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ЛИНИЯ ОТР

Бланк ответов

Задание №1

$f(\overline{ab})\cdot f(\overline{bc})\ f(\overline{ca}) = \overline{abc}$

$f(11)+..+f(19)+f(21)+.. f(29)+. f(91)+.+f(99)$

~~Положим~~ Пусть $a=b=c$ в основном равенстве:

$f(\overline{aa})\cdot f(\overline{aa})\cdot f(\overline{aa}) = \overline{aaa}$

$f(\overline{a^2})\ f(\overline{a^2})\cdot f(\overline{a^2}) = a^3$

Значит, $f(\overline{aa}) = a$ для всех $a \in 1,2,3,4,5,6,7,8,9$

Пусть $b=c$, но $a\neq b$, тогда

$b = f(\overline{ab})\ f(\overline{bb})\ f(\overline{ba}) = a\cdot b^2$

Т.к. $f(\overline{bb}) = b$, $f(\overline{ab})\ f(b)\ f(\overline{ba}) = a\, b^2$

~~$b f(ab)$~~ $f(\overline{ab})\cdot f(\overline{ba}) = ab$

Поскольку $f(\overline{ab}) \in (a,b)$ и $f(\overline{ba}) \in (a,b)$, единственный способ получить произведение ab это $f(\overline{ab}) = a$ и $f(\overline{ba}) = b$ или $f(\overline{ab}) = b$ и $f(\overline{ba}) = a$

Предположим $a=c$, но $a\neq b$

$f(\overline{ab})\ f(\overline{ba})\ f(\overline{aa}) \cancel{b} = a\ b\ a = a^2 b$

$f(\overline{ab})\ f(\overline{ba})\ a = a^2 b$

$f(\overline{ab})\ f(\overline{ba}) = a\, b$! неверно

из симметрии и единственности решения:

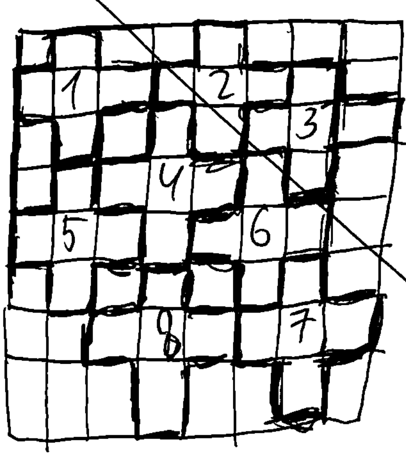
$f(\overline{ab}) = a$ (1 цифра для всех двузначных чисел)

Проверка: $f(\overline{ab})\cdot f(\overline{bc})\ f(\overline{ca}) = a\, bc$

нужно найти сумму f для всех двузначных чисел
без нулей в записи, поскольку f(ab) = a сумма ра-
вно $\sum_{\substack{a\,1\\b\,1}}^{9} \cdot a = \sum_{a=1}^{9} \sum_{b=1}^{9} a = \sum_{a=1}^{9} 9a = 9\ 45 = 405$

Ответ 405

Задание 3



8·8 = 64 – всего клеток
64 : 5 = 12,8 ; значит максимальное число фигур по клеткам (по площади) 12 штук, но из-за того, что фигура в некоторых местах не прилегает к граням квадрата, который образует равносторонняя доска, то количество пятиклеточных крестов уменьшается. На представленном мною рисунке, видно, что всего 8 пятиклеточных крестов. Интуитивно я не могу согласиться со своим рисунком, так как таких фигур должно быть 9, если не считать процесс, при котором детали могут иметь по граням (прилегающим)

Линия отрез...

Бланк ответов

Задание 2

Общее количество клеток $2025^2 = $ ~~4000~~ 4100625 клеток

на одну змейку $= 8$ Максимальное кол-во змеек:

$4100625 : 8 = 512578,125$, то есть можно нарисовать

максимум 512578 полных змеек. Дима делает

нечетные ходы, Максим делает чётные ходы

Если всего можно нарисовать 512578 змеек, то

Дима нарисует змейки $1, 3, 5, 7, \ldots, 512577$

Максим нарисует змейки $2, 4, 6, \ldots 512578$

512578 последний ход, т.к. останется 1 клетка

512579 змейку рисует Дима Соответственно Максим

выигрывает независимо от игры соперника, т.к. ~~игра~~

он делает последний возможный ход

Ответ <u>победитель Максим</u> неверно

Задание 5

Уравнение $(k-2)x^2+(k-1)^2x+k=0$

для существования двух корней. $x^2 \neq 0$

$k \neq 2$

Корни кф обладают особой структурой

по теореме Виета $x_{1,2} = \frac{c}{a} = \frac{k}{k-2}$

для 2 корня $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{(k-1)^2}{k-2}$

$x = -k$ – предположим

~~$(k-2)(k-k)^2 x^2 + (k-1)^2 x$~~

$(k-2)(-k^2) + (k-1)^2(-k) + k = k^3 - 2k^2 - (k^2 - 2k^2 + 1)k + k =$

$= k^3 - 2k^2 - k^3 + 2k^2 - k + k = 0$

$x_1 = -k$ – верно √

~~тх~~ 2 корен

$-k \; x^2 = 2$

~~$x_2 = \frac{1}{2k-2} = \frac{1}{2k-2}$~~ при $k = 0$, но $0 \notin R$

так что $k \neq 0$

$x = \frac{1}{2-k}$ √

один корень a второй b

$-k \in a$ и $\frac{1}{2-k} \in B$, $k < 0$

$x_2 = \frac{1}{2-k}$, $2-k > 2$

~~$0 < \frac{1}{2k}$~~ $0 < \frac{1}{2}$

$B = (1;2) \cup (3,4) \cup (5,6)$ числа больше 1

$\frac{1}{2-k} \in B$ ~~B~~

случай 1 решений нет

наоборот $-k \in B$, $\frac{1}{2-k} \in a$

~~$[-k, 1)$~~ $[(1,2) \cup (3,4) \cup (5,6)]$ – умножаем на -1

$k \in (-2;-1) \cup (-4,-3) \cup (-6,-5)$

2 корень $x_2 = \frac{1}{2-k}$ для всех $k < 1$, это значит

$2-k > 2-(-1) = 3$; $0 < \frac{1}{2-k} < \frac{1}{3}$, $(0, \frac{1}{3})$ – ?всех

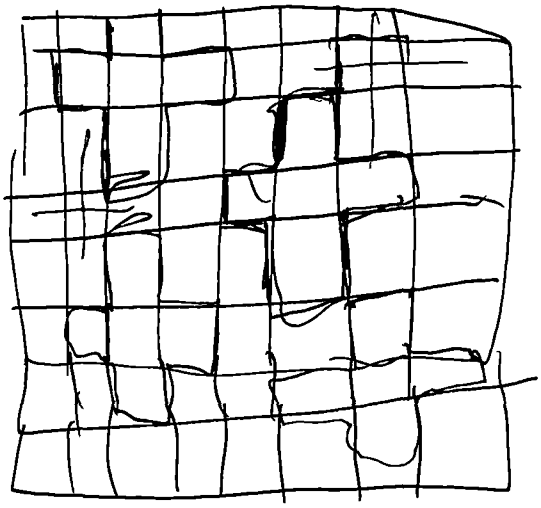
Ответ

Линия отрез

Бланк ответов

Задание 3

Ответ 4 фигуры
из площади фигуры



— пример
неверный