



Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия П А Щ К И Н А

Имя В Е Р О Н И К А

Отчество Е В Г Е Н Ь Е В И Ч А

Дата рождения 0 1 1 2 2 0 0 8

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 1 0 6

Дата 0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись

Пример заполнения
 А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026991088511

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история

☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык

☐ физика ☐ химия

Класс

☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

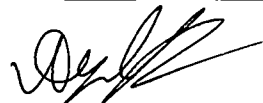
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	—	20					
Балл члена жюри №2	20	20	20	—	20					

Итоговый балл

Подпись
члена жюри №1



Подпись
члена жюри №2



Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача 5

По условию $f(\bar{a}b) = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \Rightarrow f(\bar{a}a) = a$ (для любой a)

Рассмотрим выражение $f(\bar{a}b) f(\bar{b}c) f(\bar{c}a) = abc$

При $a = c$ $f(\bar{a}b) f(\bar{b}a) f(\bar{a}a) = a^2 b$

($f(\bar{a}a) = a$)

$f(\bar{b}a) f(\bar{a}b) = ab \Rightarrow f(\bar{b}a) f(\bar{a}b) =$

$a + b$, иначе произведение равно либо a^2 , либо b^2

Заметим, что наша сумма состоит также из

таких слагаемых вида $f(\bar{a}b) + f(\bar{b}a)$ Тогда

рассмотрим выражение

$$\sum_{a=1}^g \sum_{c=1}^g (f(\bar{a}c) + f(\bar{c}a)) = \sum_{a=1}^g \sum_{c=1}^g (a+c) = g \cdot 45 + g$$

45 - удвоенная наша итоговая сумма, так

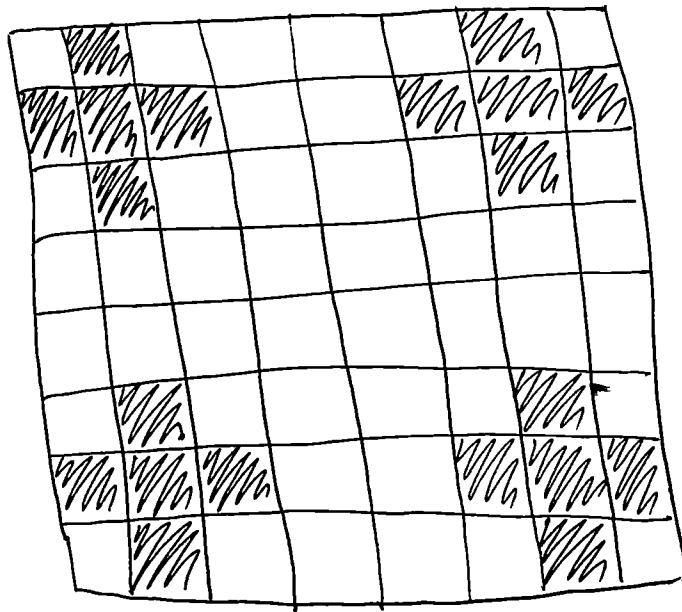
как каждое слагаемое учитывается дважды

$\Rightarrow$ итоговая сумма равна $\frac{1}{2} (g \cdot 45 + g \cdot 45) = 405$

Ответ 405

④

Задача 13



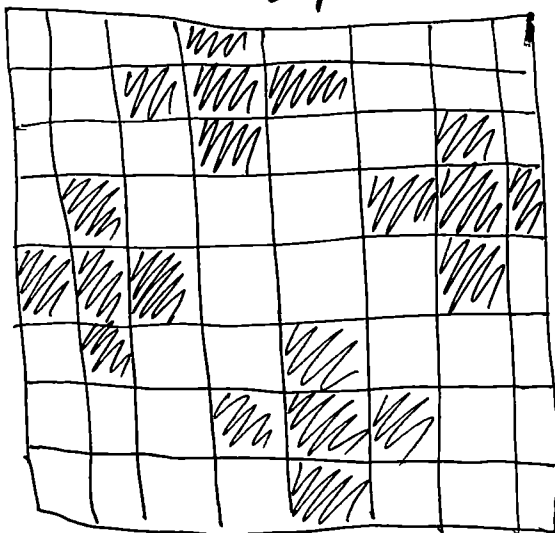
Нижняя оценка
 эти 4 креста не могут
 "задеть" друг от друга
 любой вырезаемый крест
 занимает клетки внутри
 квадрата 3×3 вокруг
 своего центра
 Квадраты 3×3 попарно

непересекаются $\Rightarrow$ 1 вырезаемый крест не может
 "задеть" сразу 2 из этих 4-ех крестов $\Rightarrow$ чтобы
невозможно вырезать каждый из этих четырех
крестов, нужно вырезать минимум 4 креста ✓

Верхняя оценка
 вырежем данные кресты После такого вырезания
 нельзя вырезать ни один новый крест

Пример

Входит 4 (+)



Задача 55

$$(k-2)x^2 + (k-1)^2x + k = 0$$

Видно, что $-k$ является корнем уравнения

Проверим $(k-2)(-k)^2 + (k-1)^2(-k) + k = 0$

$$k^3 - 2k^2 - k^3 + 2k^2 - k + k = 0$$

$$0 = 0 \text{ (верно)}$$

$$x_1 = -k \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{k}{k-2} \text{ по \text{r} Виетта}$$

$$-k \quad x_2 = \frac{k}{k-2} \mid k \text{ (только 0 не имеет ни на одном}$$

из интервалов A и B)

$$x_2 = \frac{1}{2-k} \checkmark$$

выразим x_2 через x_1 , так как $x_1 = -k$, то $k = -x_1 \Rightarrow$

$$x_2 = \frac{1}{2-(-x_1)} = \frac{1}{2+x_1} \checkmark$$

$$\text{Если } x_1 = c, \text{ то } x_2 = \frac{1}{2+c} \checkmark$$

Таким образом

2) Пусть $x_1 \in A$, тогда $x_2 \in B$, так как $x_1 \in A \Rightarrow 0$ меньше x_1 , меньше 5. Будем значения $x_2 = \frac{1}{2+x_1}$ ($x_1 = c$ именная зависимость, на интервале $(0, 5)$ монотонно возрастает)

$$x_1 \rightarrow 0 \quad 2+0=2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2}$$

$$x_1 \rightarrow 5 \quad 2+5=7 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{7}$$

($x_2 = \frac{1}{2+c}$ обратно пропорциональная зависимость на интервале $c \in (0, 5)$ монотонно убывает)

СМ ДАЛЕЕ $\rightarrow$

Задание 52

Дима вынуждает

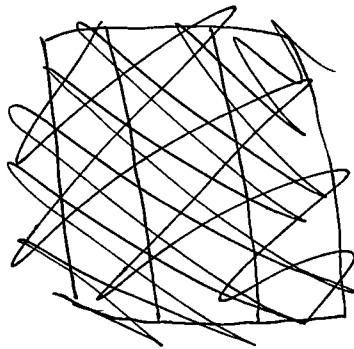
1 ходом он играет так

1	8	7
2		6
3	4	5

где клетка $\square$ это центральная клетка доски 2025×2025

Далее стратегия Димы заключается в следующем: ходить змейкой симметрично, относительно центра (центральная симметрия). Относительно последней змейки Максима Вевидно, что симметричная стратегия всегда рисует змейку, осталось доказать, что Максим не может нарисовать змейку через две симметричные, относительно центра, клетки. Для клеток принадлежащих к 1 ходу Димы нужна змейка длины больше 8.

1	2	3	4	5
2				6
3				7
4				8
5	6	7	8	9



Из клетки 1 не хватает расстояния до ее пары (две группы клеток, аналогично), где оставшиеся клетки из пары не могут на расстоянии больше 8 с ними

Даже если представить, что 1 хода Димы не было

Ответ Дима вынуждает

(+)

Продолжение задания 55

Если $x_1 \in A \Rightarrow x_2 \in \left(\frac{1}{7}, \frac{1}{2}\right)$ не содержится

в B

2) Пусть $x_2 \in A, x_1 \in B \Rightarrow 1 < x_1 < 6$

Выделим $x_2 = \frac{1}{2+x_1}$ (аналогично с 1 пунктом)

$$x_1 \rightarrow 1 \quad x_2 = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$$

$$x_1 \rightarrow 6 \quad x_2 = \frac{1}{2+6} = \frac{1}{8}$$

Для любого $x_1 \in B \Rightarrow x_2 \in \left(\frac{1}{8}, \frac{1}{3}\right)$

$\nexists f(0, 1) \in A$

Вывод условие выполняется всегда, когда $x_1 \in B$

напомним k

$$x_1 \in B \Rightarrow -k \in (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 1 < -k < 2 \\ 3 < -k < 4 \\ 5 < -k < 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 < k < -1 \\ -4 < k < -3 \\ -6 < k < -5 \end{cases}$$

$$\text{Итого: } k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$$

⊕

