



2026273131092

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия А Р Б У З О В

Имя А Л Е К С А Н Д Р

Отчество Е В Г Е Н Ь Е В И Ч

Дата рождения 1 5 1 2 2 0 0 7

Город участия У Ф А

Аудитория 9 - 5 0 1

Дата 0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись



Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026273131092

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

☐ анализ данных	☐ информатика	☐ история
☒ математика	☐ обществознание	☐ русский язык
☐ физика	☐ химия	

Класс

☐ 8	☐ 9	☐ 10	☒ 11
----------------------------	----------------------------	-----------------------------	--

Город участия

У	Ф	А																	
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Заполняется организаторами

Количество доп. листов **Количество черновиков к проверке**

Время выхода с **до**

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	3	-	20	-	5					
Балл члена жюри №2	3	-	20	-	5					

Итоговый балл

Подпись члена жюри №1



Подпись члена жюри №2



Пример заполнения

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф
Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

51

$$f(ab) = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (*)$$

$$f(ab) f(bc) = f(ca) = abc, \quad \text{где } \forall a, b, c, \text{ где } a, b, c \neq 0$$

из условия $(*)$: переберем случаи, где $f(ab) = a$

1сл) $f(ab) = a$ $f(ab) = b$

а) $f(bc) = b$ (из $(*)$)
подставим в $(*)$

ab $f(ca) = abc$
 $f(ca) = c$ $\textcircled{1}$
не подходит

б) $f(bc) = c$ (из $(*)$)
подставим в $(*)$

ac $f(ca) = abc$

$f(ca) = b$ — нет, тк
данный вариант не подходит при $\forall a, b, c$
(если $b \neq a$, то не подходит по условию)

2сл) $f(ab) = b$

а) $f(bc) = b$
подставим в $(*)$
 $b \neq$ $f(ca) = abc$
 $f(ca) = \frac{ac}{b}$

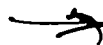
Нет, не подходит
при $\forall a, b, c$

б) $f(bc) = c$

подставим в $(*)$.

bc $f(ca) = abc$

$\textcircled{1}$ подходит



$$\left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} f(ab) = a \\ f(bc) = b \\ f(ca) = c \end{array} \right. \quad \textcircled{+} \\ \left\{ \begin{array}{l} f(bc) = c \\ f(ca) = a \\ f(ab) = b \end{array} \right. \quad \textcircled{-} \end{array} \right.$$

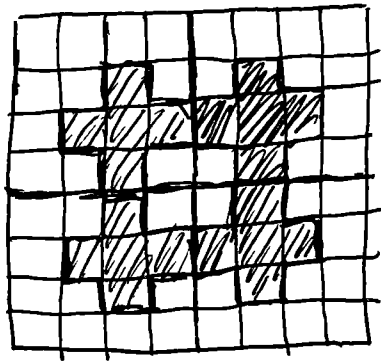
① Both integral terms cancel after

$$= (1+2+3+\dots+9) + (1+2+\dots-9) + (1+2+\dots+9) = 9(1+9) =$$

$$= 9 \cdot \frac{9+1}{2} = 9 \cdot 5 = \underline{45}$$

Водок сирект сирана релка 405 $\Rightarrow$ Док. 405

1) Пример на 4:



Заметим, что пример действительно работает, большее крестов в вердате не может

2) Ошибка. Пусть можно ≤ 3 креста, в каждом кресте по 5 клеток $\Rightarrow$ закрасенных клеток ≤ 15

Рассмотрим $\frac{1}{4}$ ^{шаха} шах (т.е. 4×4) на всей шахматной доске $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ По принципу Дирихле хотя бы в одной четверти будет ≤ 3 закрасенных клеток. Рассмотрим эту четверть.

Также заметим, что наша фигура может состоять только из двух частей (когда ≤ 3 клеток закрасено)

1) 1 клетка во внутренней ^{а вердате} границе с другими четвертями

2) 3 клетки (вида $\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}$) также во внутренней границе с четвертями

Рассмотрим эти случаи

1) (и)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

оценки
верная

Тогда наша одна клетка на номерах 1, 5, 9, 13, 14, 15, 16

(Максимум 11)

Заметим, что если даже одна из этих клеток будет покрашена, мы все равно сможем добавить креста на номерах: 3, 6, 7, 8, 11

То будет больше 3 крестов $\Rightarrow$ противоречие

241)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

3 клетки вида  или ступенька

1) на 1, 5, 6, тогда

можно поставить крест

на 7, 10, 11, 12, 15

2) на 5, 9, 10 тогда

крест на 3, 6, 7, 8, 11

3) на 9, 13, 14 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ крест на 3, 6, 7, 8, 10

еще один будет глядеть по кругу
гранью направи группу  - все
возможно

Те данные могут тоже не подойти

Тогда ≤ 3 креста в ряд не может

значит мин кол-во крестов - 4 (пример
крестов)

Ответ 4 креста

или 

или ступенька

1) на 1, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 15

2) крест на 3, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 15

2) 10, 11, 12

$$A = (0, 1) \cup (2, 3) \cup (4, 5)$$

$$B = (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6)$$

$$x_1 \in A$$

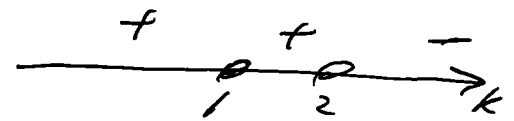
$$x_2 \in B$$

2 корня, то $k \neq 2$, $k \neq 0$, $k \neq 1$ $x_1, x_2 \geq 0$

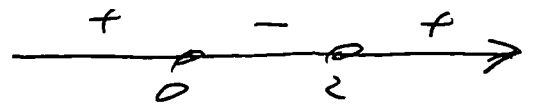
$$f(x) = (k-2)x^2 + (k-1)^2x + k = 0$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-(k-1)^2}{k-2} \geq 0 \quad (x_1 + x_2 \geq 0)$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{k}{k-2} > 0$$



$$\vee (k < 0)$$



Тогда $f(x)$ - параболы с ветвями вниз и $f(0) = k < 0$



$$x_B = \frac{(k-1)^2}{2(k-2)}$$

Заметим, что

$$f(1) = k-2 + k^2 - 2k + 1 + k = k^2 - 1 \Rightarrow f(1) < 0, \text{ или } k < -1$$

$$f(2) < 0, \text{ или } k < -2$$

$$f(3) < 0, \text{ или } k < -3$$

$$f(6) < 0, \text{ или } k < -6$$

$$\text{или } k \in (-1, 0)$$

$$f(0) < 0$$

$$f(1), f(2) \text{ и } f(6) \geq 0$$



$$2a) k = -1$$

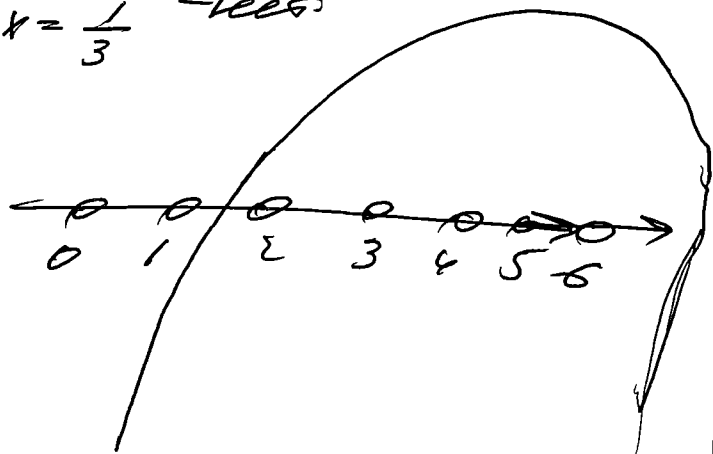
$$-3x^2 + 4x - 1 = 0, \quad 3x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases} \quad \text{--- кор}$$

$$3a) k \in (-2; -1)$$

$$f(0) < 0, \quad f(1) < 0$$

$$f(2), \quad -f(6) \geq 0$$



$$4a) k = -2$$

$$-4x^2 + 9x - 2 = 0$$

$$4x^2 - 9x + 2 = 0$$

корней нет

$$D = 81 - 4 \cdot 4 \cdot 2 = 72$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{72}}{8} \Rightarrow \frac{2}{1} \quad \text{--- кор}$$