



2026743066735

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия

В И Т Е В С К И Й

Имя

А Л Е К С Е И

Отчество

А Л Е К С А Н Д Р О В И Ч

Дата рождения

1 4 0 2 2 0 0 8

Город участия

Т Ю М Е Н Ь

Аудитория

3 1 7

Дата

0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись



Пример

заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026743066735

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	8	20	—	—					
Балл члена жюри №2	20	8	20	—	—					

Итоговый балл

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№1

Рассмотрим ~~числа~~ симметричные xyz^2 $xyzy$

$$f(ab) f(ba)$$

возьмем третье число $f(aa)$

$$\text{известно, что } f(aa) = f(ab) f(ba) - a^2 b$$

$$f(aa) = a$$

$$\Rightarrow f(ab) f(ba) - ab = \begin{bmatrix} f(ab) - a, f(ba) - b \\ f(ba) - a, f(ab) - b \end{bmatrix}$$

тогда среди ~~двух симметричных чисел~~ ~~двух функций~~ от симметричных чисел есть обе цифры, т.е. $f(ab) + f(ba) = a + b$

$$\text{тогда, найдем сумму } f(11) + f(19) + f(21) + f(29) + f(31) + f(39)$$

$$= f(11) + f(22) + \dots + f(99) + (f(12) + f(21)) + (f(13) + f(31))$$

Для удобства можно заметить, что ~~сумма~~ из $f(aa) = a$ и $f(ab) + f(ba) = a + b$ следует, что результатом суммы будет ~~полностью~~ суммы всех цифр тогда посчитаем ее

Каждая цифра встречается в сумме 18 раз, тогда сумма ~~цифр делится~~

$$18 \cdot 1 + 18 \cdot 2 + \dots + 18 \cdot 9 = 18 \cdot (1 + 2 + \dots + 9) = 18 \cdot 45 = 810$$

$$\text{а значит искомая сумма } \frac{810}{2} = 405$$

Ответ 405

W2

Выиграет Дима, вот его стратегия
Нарисовать змейку вокруг клетки (центра) ~~и~~ (1013 1013) А
Далее, как бы не ходил Максим задача Димы
ставить змею, симметрично змейкам Димы/Максима
относительно точки А. Если в какой-то момент Дима не
смог сделать ход, значит и Максим не мог сделать свой
в силу симметрии, т.е. у Димы всегда есть ответный ход
на ход Максима

Пример

W2

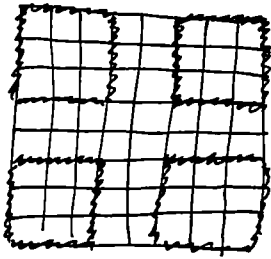
Выиграет Дима, вот его стратегия
Нарисовать змейку вокруг центра (столбец 1013 по строкам
1013) Далее, как бы не ходил Максим, задача
Димы ставить змейки симметрично змейкам Максима
относительно центра. Если в какой-то момент Дима
не смог ~~сделать~~ сделать ход, значит Максим тоже
не мог сделать ход в силу симметрии, так же, своим
ходом Максим не может перекрыть ^{не показано} клетки для змейки
Димы т.е. Дима всегда сможет сделать ответный
ход и выиграть

Ответ Дима

Бланк ответов

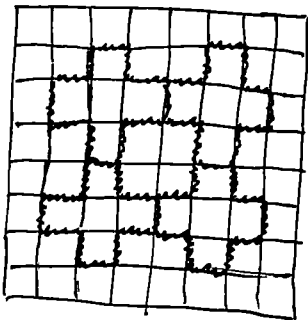
из

Рассмотрим 4 угловых квадрата 3 на 3



Никакие 2 из них нельзя накрыть одним пятиклеточным крестом одновременно, и в каждый из них можно расположить крест, значит чтобы их нельзя было вырезать крест из квадрата 8 на 8 нужно хотя бы 4 креста вырезать

Пример



Рассмотрим

$$f(\overline{ab}) + f(\overline{ba})$$

$$f(\overline{aa}) + f(\overline{ab}) + f(\overline{ba}) - a^2 b$$

$$f(\overline{aa}) - a$$

$$f(\overline{ab}) + f(\overline{ba}) - ab$$

$$\begin{cases} f(\overline{ab}) - a, f(\overline{ba}) - b \\ f(\overline{ab}) - b, f(\overline{ba}) - a \end{cases}$$

$$\rightarrow f(\overline{ab}) + f(\overline{ba}) = a + b$$

$$\rightarrow f(\overline{ab}) + f(\overline{ba}) = a + b$$

Для пары симметричных чисел ab и ba , $f(\overline{ab}) + f(\overline{ba}) = a + b$

т.е. полусумма цифр.

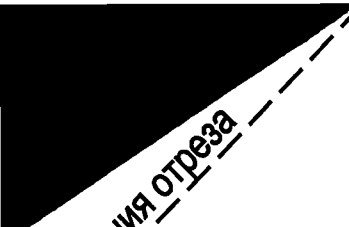
для $f(\overline{aa}) = a$ - полусумма цифр

то $f(11) + \dots + f(19) + f(21) + \dots + f(29) + \dots + f(91) + f(99)$ равно полусумме

всех цифр. Каждая цифра встречается 18 раз

$$\frac{18(1+2+\dots+9)}{2} = 405$$

Ответ 405



Линия отреза

Бланк ответов

