



Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия БУСЛОВА

Имя СВЕТЛАНА

Отчество АНДРЕЕВНА

Дата рождения 14 01 2008

Город участия УФА

Аудитория 9-501

Дата 02 02 2026

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс

☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

У φ А

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

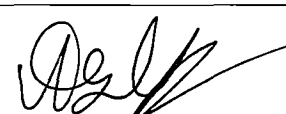
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	5	-	20					
Балл члена жюри №2	20	0	5	-	20					

Итоговый балл

Подпись члена жюри №1



Подпись члена жюри №2



Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

$$f(ab) f(bc) f(ca) = abc$$

если $f(ab) = b$, то $f(bc) = c$, а $f(ca) = a$

если $f(ab) = a$, то $f(ca) = c$, а $f(bc) = b$

~~Итак, мы имеем, что $f(ab) = b$ и $f(bc) = c$ и $f(ca) = a$. Тогда $f(ab) f(bc) f(ca) = abc$. Аналогично, если $f(ab) = a$, то $f(bc) = b$ и $f(ca) = c$. Тогда $f(ab) f(bc) f(ca) = abc$. Следовательно, $f(ab) f(bc) f(ca) = abc$ для любых a, b, c .~~

Как бы ни распределились значения a и b между $f(ab)$ и $f(ba)$, в сумме они дадут $a+b$, так как $f(ab) f(ba) = a^2 b \Rightarrow f(ab) f(ba) = ab^2$

Посчитаем, сколько у нас чисел вида $\overline{aa}$ — от 11 до 99. Если $f(\overline{aa}) = a$, то сумма $f(\overline{aa})$, $a \in \{1, 9\}$, $a \in \mathbb{N} = 1+2+\dots+9 = 45$. Остальные

числа разобьются на пары вида $(\overline{ab}, \overline{ba})$, и сумма $f(\overline{ab}) + f(\overline{ba}) = a+b$. Суммы у нас могут быть от 3 (1+2) до 17 (8+9).

1+2	3	2+3	5	3+4	7	4+5	9	5+6	11	6+7	13	7+8	15	8+9	17
1+3	4	2+4	6	3+5	8	4+6	10	5+7	12	6+8	14	7+9	16		
1+4	5	2+5	7	3+6	9	4+7	11	5+8	13	6+9	15				
1+5	6	2+6	8	3+7	10	4+8	12	5+9	14						
1+6	7	2+7	9	3+8	11	4+9	13								
1+7	8	2+8	10	3+9	12										
1+8	9	2+9	11												
1+9	10														

В левых столбцах все комбинации цифр (не на фиксированных местах), а в правых — сумма. Можно увидеть, что 3×1 , 4×1 , 5×2 , 6×2 , 7×3 , 8×3 , 9×4 , 10×4 , 11×5 , 12×5 , 13×6 , 14×6 , 15×7 , 16×7 , 17×8 .

Посчитаем сумму, сначала выписав все по 1 разу, потом оставшиеся по ещё разу, и ещё, и ещё $3+4+17+5+6+15+7+8+13+9+10+11+12$ (45 посчитанные ранее) = $\frac{3+17}{2} \cdot 15 + \frac{5+15}{2} \cdot 11 + \frac{7+13}{2} \cdot 9 + \frac{8+12}{2} \cdot 7 = 150 + 110 + 70 + 30 + 45 = 405$

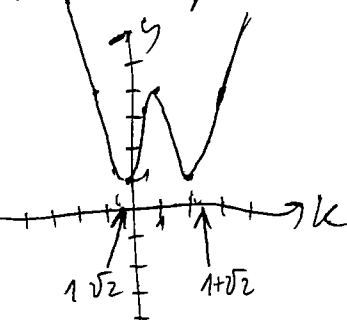
Ответ 405. (+)

№5

$$(k-2)x^2 + (k-1)^2x + k = 0 \quad (1)$$

$$D = [(k-1)^2 - 4(k-2)k] = k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1 \quad (2)$$

Понимаете, всегда ли есть корни у (1), т.е. всегда ли дискриминант (2) принимает значения, позволяющие получить корни? В поисках корней я подставила разные целые и дробные числа, в результате чего нарисовалась следующая картина графика ф-ции у=(2)

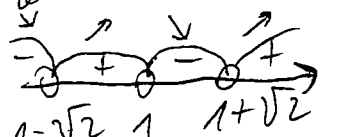


Корни найти не удалось, так что я решила взять производную (2), чтобы получить поиски корней

$$(k^4 - 4k^3 + 2k^2 + 4k + 1)' = 4k^3 - 12k^2 + 4k + 4$$

$$4k^3 - 12k^2 + 4k + 4 = 0 \quad (\text{ищем экстремумы})$$

$$k^3 - 4k^2 + k + 1 = (k-1)(k^2 - 2k - 1) = (k-1)(k-1-\sqrt{2})(k-1+\sqrt{2}) = 0$$



Подставим $1 \pm \sqrt{2}$ в (2), чтобы найти значения в экстремумах. Подставив, обнаружим, что $1 \pm \sqrt{2}$ явл. корнями (2). Поделив (2) на $k^2 - 2k - 1$ получим, что (2) равно $(k^2 - 2k - 1)^2$, а значит $D \geq 0$ при $k \in \mathbb{R}$ и $D > 0$ при $k \neq 1 \pm \sqrt{2}$.

$$x = \frac{-k^2 + 2k - 1 \pm k^2 - 2k - 1}{2k - 4}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-1}{k-2} = \frac{1}{-k+2} \quad \checkmark \\ x = -k \quad \checkmark \end{cases}$$

Пусть x_1 старше Бусеи-к. Тогда верно $\begin{cases} 0 < k < 1 \\ 2 < k < 3 \\ 4 < k < 5 \end{cases}$ Рассмотрим

1) $0 < k < 1$ Тогда $-1 < k < 0$, $1 < -k+2 < 2$, $1 > \frac{1}{-k+2} > \frac{1}{2} \Rightarrow x_2 \notin B$?

2) $2 < k < 3$ Тогда $-3 < -k < -2$, $-1 < -k+2 < 0$, $-1 > \frac{1}{-k+2} \Rightarrow x_2 \notin B$?

3) $4 < k < 5$ Тогда $-5 < -k < -4$, $-3 < -k+2 < -2$, $-\frac{1}{3} > \frac{1}{-k+2} > -\frac{1}{2} \Rightarrow x_2 \notin B$?

Тогда k тако x_2 Тогда верно $\begin{cases} 1 < k < 2 \\ 3 < k < 4 \\ 5 < k < 6 \end{cases}$ Рассмотрим

1) $1 < k < 2$ Тогда $-2 < -k < -1$, $0 < -k+2 < 1$, $\frac{1}{-k+2} > 1$

2) $3 < k < 4$ Тогда $-4 < -k < -3$, $-2 < -k+2 < -1$, $-\frac{1}{2} > \frac{1}{-k+2} > -1 \Rightarrow x_1 \notin A$?

3) $5 < k < 6$ Тогда $-6 < -k < -5$, $-4 < -k+2 < -3$, $-\frac{1}{4} > \frac{1}{-k+2} > -\frac{1}{3} \Rightarrow x_1 \notin A$?

Вернемся к случаю 1 и рассмотрим его чуть подробнее

5 (продолжение)

Мы знаем, что $\frac{1}{k-2} \geq 1$, но как известно, чтобы $\begin{cases} 2 < \frac{1}{k-2} < 3 \\ 4 < \frac{1}{k-2} < 5 \end{cases}$

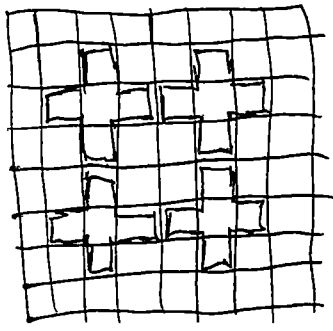
Рассмотрим

11) $2 < \frac{1}{k-2} < 3$ Тогда $-2 > \frac{1}{k-2} > -3, -\frac{1}{2} < k-2 < -\frac{1}{3}, \frac{3}{2} < k < \frac{5}{3}$

12) $4 < \frac{1}{k-2} < 5$ Тогда $-4 > \frac{1}{k-2} > -5, -\frac{1}{4} < k-2 < -\frac{1}{5}, \frac{7}{4} < k < \frac{9}{5}$

Тогда все такие значения k — это $k \in (\frac{3}{2}, \frac{5}{3}) \cup (\frac{7}{4}, \frac{9}{5})$

№3



Оценки меньше 4 кельзя

Примеры на 4 представили слева

Продолжение оценки. заметим, что если мы ^{это док-во примера, а не} хотим один крест отодвинуть от края еще на 1 клетку, то в освободившееся ^{оценка}

пространство внизу можно будет поставить еще один крест, что явно не поможет минимизировать кол-во крестов, равно как и абстракт $\oplus$ ^{верный пример без оценки}

№2

Покрасим доску в шахматную раскраску. На доске 2025×2025 разницы в кол-ве цветных клеток будет 1. $\frac{2025 \cdot 2025 - 1}{2}$ и

$\frac{2025 \cdot 2025 - 1}{2} + 1$ Получим $2025 \cdot 2025 = 4100625$ значит,

остаток при делении на 8 (клеток змейки) 1 $4100624 \div 8 = 512578$, то дает нам такое кол-во ходов. Значит, послед-

ний ход будет за Максимом (т.е. он ходит второй), а значит, он и выигрывает. $\ominus$

р5 (поговорим)

1) $0 < -k < 1$ Тогда $2 < -k+2 < 3$, $\frac{1}{2} > \frac{1}{-k+2} > \frac{1}{3} \Rightarrow x_2 \notin B$?

2) $2 < -k < 3$ Тогда $4 < -k+2 < 5$, $\frac{1}{4} > \frac{1}{-k+2} > \frac{1}{5} \Rightarrow x_2 \notin B$?

3) $4 < -k < 5$ Тогда $6 < -k+2 < 7$, $\frac{1}{6} > \frac{1}{-k+2} > \frac{1}{7} \Rightarrow x_2 \notin B$?

Тогда $-k \geq 5$ Тогда $\begin{cases} 1 < -k < 2 \\ 3 < -k < 4 \\ 5 < -k < 6 \end{cases}$ Рассмотрим

1) $1 < -k < 2$ Тогда $3 < -k+2 < 4$, $\frac{1}{3} > \frac{1}{-k+2} > \frac{1}{4}$ ✓

2) $3 < -k < 4$ Тогда $5 < -k+2 < 6$, $\frac{1}{5} > \frac{1}{-k+2} > \frac{1}{6}$ ✓

3) $5 < -k < 6$ Тогда $7 < -k+2 < 8$, $\frac{1}{7} > \frac{1}{-k+2} > \frac{1}{8}$ ✓

Итого получаем $k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$

⊕



Бланк ответов

