



3101543351143

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия К Р О Т О В

Имя А Л Е К С А Н Д Р

Отчество Е В Г Е Н Ь Е В И Ч

Дата рождения 1 3 0 9 2 0 0 8

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Г У К 4 1 4

Дата 0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101543351143

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс

- ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	3	0	0	0	20					
Балл члена жюри №2	3	0	0	0	20					

Итоговый балл

Подпись
члена жюри №1



Подпись
члена жюри №2



Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Вариант 1

Задача 1

Заметим, что в искомой сумме нет значений функции от числа с нулём в его записи. Рассмотрим данное в задаче условие $f(ab) + f(bc) + f(ca) = abc$. Так данное условие выполняется в каждой тройке, и поэтому всегда выполняется при $a \neq b \neq c \neq 0$, то функция возвращает значение либо только первого числа, либо только второй цифры числа (для любого двузначного числа). Иначе для различных a, b, c не будет выполняться условие, а именно $a^2 =$. Рассмотрим случаи:

1) Функция возвращает значение функции равно первой цифре двузначного числа

$$\begin{aligned} \text{Тогда } & f(11) + f(19) + f(21) + f(29) + f(91) + f(99) = \\ & = 1 + 1 + 2 + 2 + 9 + 9 = 19 + 29 + 99 = 9(1+2+3+9) = \\ & = 9 \cdot \frac{1+9}{2} \cdot 9 = 9 \cdot 5 \cdot 9 = 81 \cdot 5 = 405 \end{aligned}$$

2) Значение функции равно второй цифре двузначного числа

$$\begin{aligned} \text{Тогда } & f(11) + f(19) + f(21) + f(29) + f(91) + f(99) = \\ & = 1 + 9 + 1 + 9 + 1 + 9 = (1+2+3+4+5+6+7+8+9) \cdot 9 = \frac{1+9}{2} \cdot 9 \cdot 9 = \\ & = 5 \cdot 9 \cdot 9 = 5 \cdot 81 = 405 \end{aligned}$$

То есть данное число в обоих случаях будет равно 405

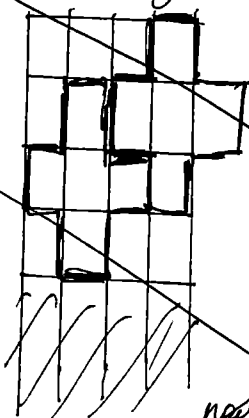
Ответ 405

Задача 2

(другие задания см на след стр.)

Задача 3

Поздоблем допную доску размером 8×8 на основе
доски размером 4×4 каждая



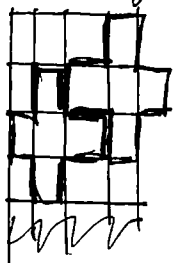
Заметим, что если на доске 4×4 будет на-
рисован ~~к~~ пятиклеточный крест (а точнее
его часть), так что хотя бы одна его клетка
выходила за пределы доски 4×4 , то в доску
~~любом случае~~ 4×4 можно будет вырезать ещё один пятиклеточный
крест, но уже целый. Если первый крест
полностью лежит на доске 4×4 , то второй ~~выйдет отсюда~~ уже невозможен.

Тогда для доски 8×8 имеем, что если

Задача 3

не рассматриваем случая, когда в квадрат
 4×4 попали части от двух разных
крестов

Поздоблем допную доску размером 8×8 на основе
доски размером 4×4 каждая



Заметим, что если из доски 4×4 вырезать
часть пятиклеточного креста (хотя бы без одной
клетки), так, что хотя бы одна его клетка вы-
ходила за пределы доски 4×4 , то из доски 4×4
в любом случае можно будет вырезать ещё один

пятиклеточный крест, но уже целый. Если первый крест из
доски 4×4 вырезать полностью, то второй крест из этой же
доски 4×4 уже ~~не~~ не получится вырезать целиком.

Тогда для доски 8×8 имеем, что если пятиклеточных
крестов будет меньше 4, то найдётся либо ^{пустая доска} ~~пустой квадрат~~
 4×4 , либо доска, из которой будет частично вырезан пяти-
клеточный крест (случай 1). Таким образом, можно будет вы-
резать ещё один пятиклеточный крест.

Значит 4 - это наименьшее количество пятиклеточных
крестов, которые можно вырезать из доски 8×8 так, чтобы из ос-
тавшейся части нельзя было вырезать ещё один такой крест.
Итак, вырезать полностью из каждого квадрата 4×4 можно образ

Ответ 4 примера нет

Задание 5

$$(k-2)x^2 + (k-1)^2x + k = 0 \quad (1)$$

Рассмотрим случаи

1) При $k=2$ ур-ие (1) линейное, 2 корней иметь не может
 $\Rightarrow k=2$ не удовлетворяет условию задачи

2) При $k \neq 2$ ур-ие (1) квадратное

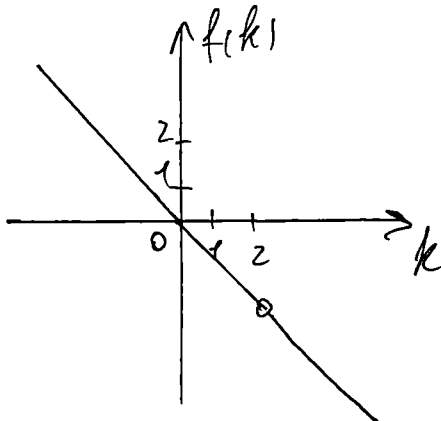
$$(k-2)x^2 + (k-1)^2x + k = 0$$

$$\begin{cases} x = \frac{-k^2 + 2k}{k-2} & (2) \\ x = -\frac{1}{k-2} & (3) \end{cases}$$

Найдём дискриминант ур-ия (1) $D = (k-1)^4 - 4k(k-2) \geq 0$ для всех допустимых значений k , так $(k-1)^4 \geq 0$ и $-4k^2 + 8k \geq 0$

Рассмотрим ф-ию $f(k) = \frac{-k^2 + 2k}{k-2}$

В коорд. м-ти kOy задаёт прямую $y = -k$ с выколотой точкой $k=2$



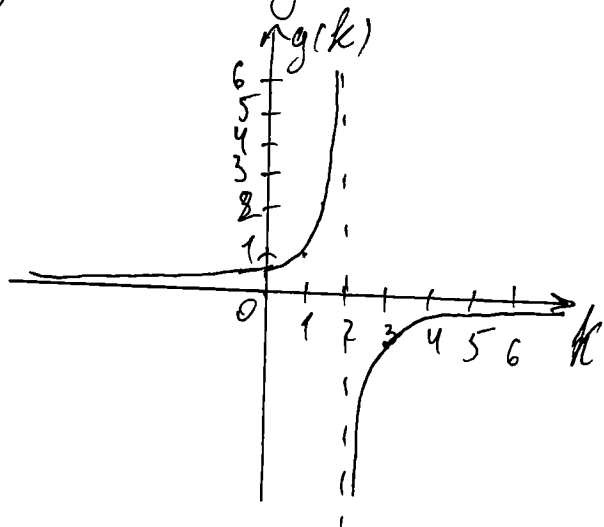
$f(k)$ принимает знак из мн-ва А при $k \in (-5, -4) \cup (-3, -2) \cup (-1, 0)$, при $f(k)$ принимает знак из мн-ва В при $k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$

Рассмотрим ф-ию $g(k) = -\frac{1}{k-2}$

В коорд. м-ти kOy $g(k)$ задаёт гиперболу (продолжение см. на след. стр.)

$k \neq 2$ 2 корня $x_1 \in (0, 1) \cup (2, 3) \cup (4, 5)$
 $x_2 \in (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6)$
 $A \in (0, 1) \cup (2, 3) \cup (4, 5)$
 $B \in (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6)$

(задание 5, продолжение)



$g(k)$ принимает значение из м-ва А при

$$k \in (-\infty, 1) \cup \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{5}\right)$$

$$k \in (1, \infty) \cup \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{3}\right) \cup \left(\frac{7}{4}, \frac{9}{5}\right)$$

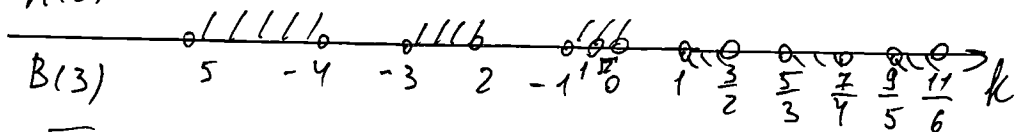
$g(k)$ принимает значение из м-ва В при

$$k \in \left(1, \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{3}, \frac{7}{4}\right) \cup \left(\frac{9}{5}, \frac{11}{6}\right)$$

Корни $x = \frac{k^2 + 2k}{k-2}$ и $x = -\frac{1}{k-2}$ совпадают при $k = 1 \pm \sqrt{2}$

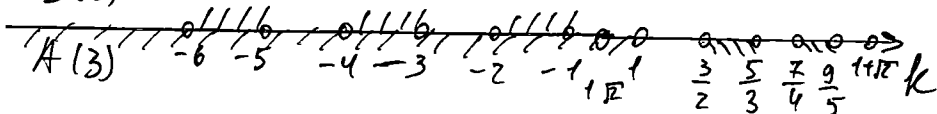
Найдем значения k , при кот-ых один корень принадлежит м-ву А, а второй — м-ву В

А(2)



Пересечения нет

В(2)



$$k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$$

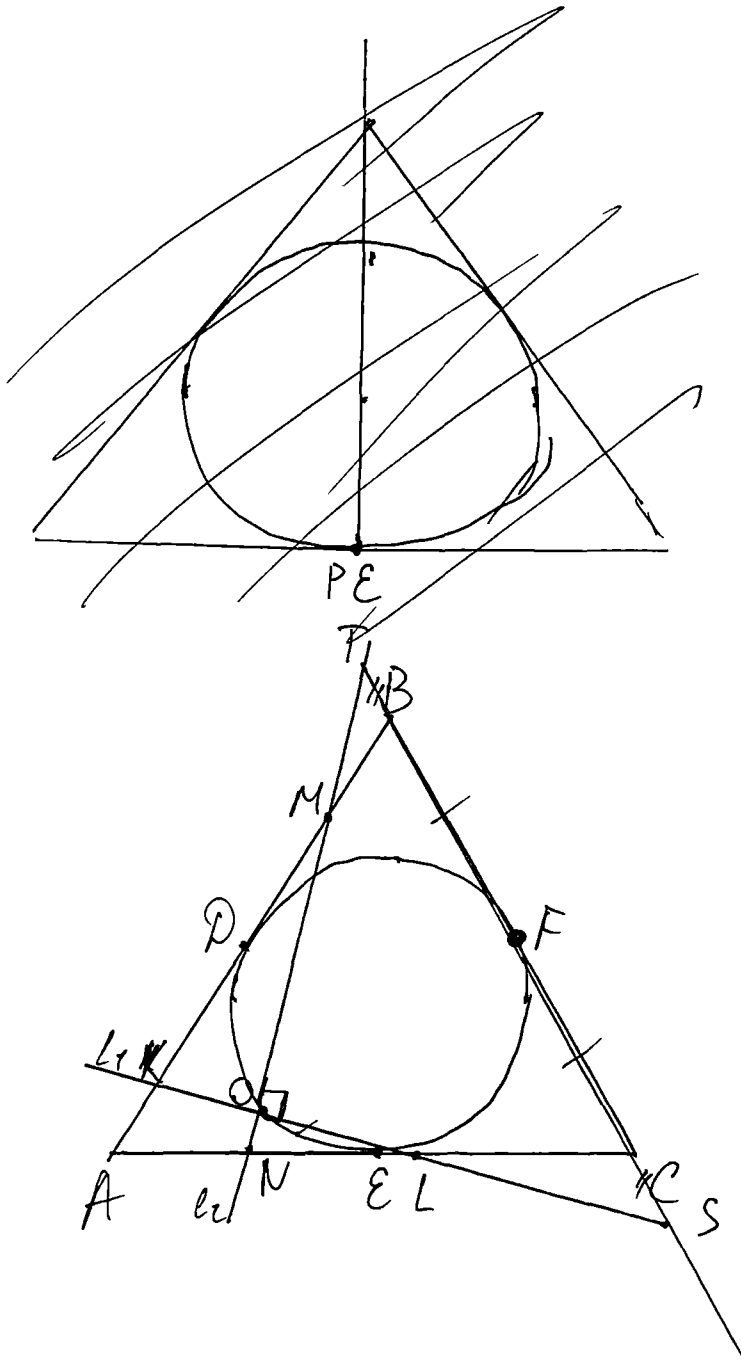
Значит, ~~уравнение~~ ур-ие (1) имеет 2 корня x_1, x_2 , такие, что $x_1 \in A$ и $x_2 \in B$ при $k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$

Ответ $k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$ +

Задача

(задачу 4 см на след стр)

~~Задача~~ Задача 4



~~Доказать, что $\angle TOS = 90^\circ$, где O - центр окружности, T - точка касания, S - точка пересечения~~

Задача 2

Задача 2

Победит Дима, т.к. он качивает первыми и может своим ходом кроме 8 "своих" клеток ограничить ещё до 8 клеток, чтобы те не достались для хода Маши.

почему такой момент наступит?
В случае, когда на поле останется менее 17 клеток для хода, Дима может ограничить некоторое кол-во клеток своим ходом, тем самым не позволив Маше выиграть.

ответ Дима
