



Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия

А Б И М О В А

Имя

А Н А С Т А С И Я

Отчество

М И Х А Й Л О В И Ч А

Дата рождения

2 5 0 8 2 0 0 8

Город участия

Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория

Э 4 0 4

Дата

0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись



Пример

заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	5	0	20					
Балл члена жюри №2	20	20	5	0	20					

Итоговый балл

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача 1

$$f(\overset{①}{a}\overset{②}{b}) f(\overset{①}{b}\overset{②}{c}) f(\overset{①}{c}\overset{②}{a}) = abc$$

Пусть в ① выбрано $a \Rightarrow$ в трети ③ выбрано c , т.к. a уже есть
 $\Rightarrow$ во ② выбрано b и сам abc
 $\Rightarrow$ в каждой группе выбрана первая цифра или

Пусть в ① выбрано $b \Rightarrow$ во ② должно быть c (т.к. b уже есть)
 $\Rightarrow$ в ③ a обязательно
 $\Rightarrow$ в каждой группе выбрана вторая цифра

Или это работает для любой 3-х функций $\Rightarrow$ работает для всех функций
 $\Rightarrow$ либо во всех группах выбирается первая цифра, $\checkmark$
 либо во всех группах выбирается вторая цифра

Если первая

$$\Rightarrow \text{Кучно пошла } E = \underbrace{1+1+1}_3 + \underbrace{2+2+2}_9 + \underbrace{3+3+3}_9 = (1+2+3) \cdot 3 = \frac{(1+3) \cdot 3}{2} \cdot 3 = 45 \cdot 3 = \boxed{405}$$

Если вторая

$$E = \underbrace{1+2+3+4+5}_{10} + \underbrace{1+2+3+4+5}_{10} = 3(1+2+3+4+5) = 3 \cdot \frac{10 \cdot 3}{2} = 3 \cdot 45 = \boxed{405} \quad \text{Снова}$$

$\Rightarrow$ От выбора быть первой или быть второй ответ не зависит

$\Rightarrow$ Ответ 405

+

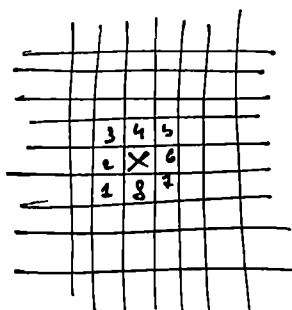
Задача 2

Анализ задачи

Всего ходов первый

Остаток от деления 2025×2025 на $8 = 1$

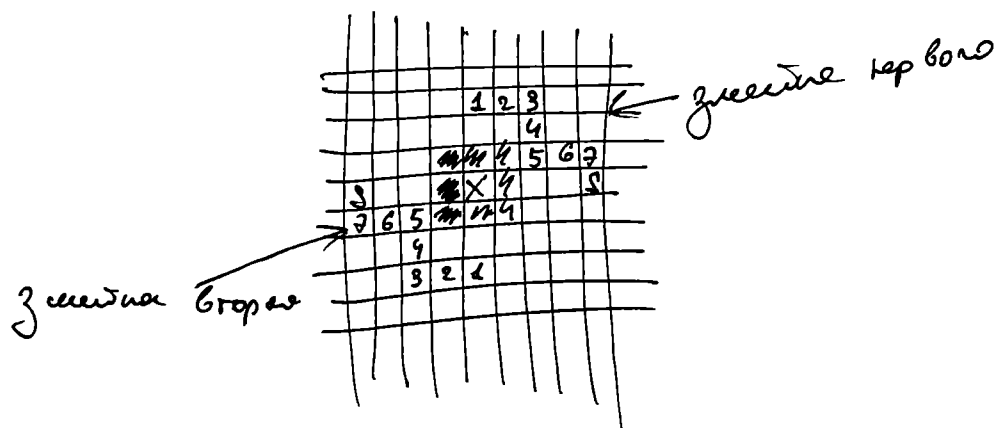
Всего первый ходом первый игрок находит центральную клетку квадрата и поворачивает ее своей первой клеткой.



X - центр клетки

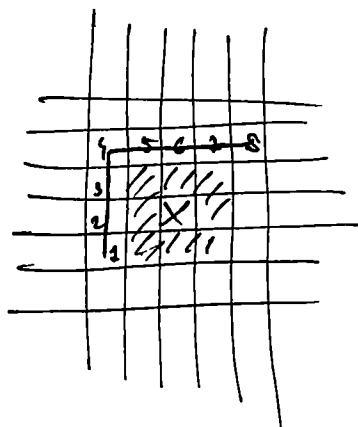
Далее первый находит повторять за вторым по круговой симметрии на 180° . То второй делает свою клетку, а далее первый поворачивает свою клетку на 180° и делает такую же клетку.

Компьютер



Таким образом, если второй может сделать ход, то и первый тоже может сделать * ход

Но так же следует рассмотреть узкое место, когда второй занимает свою клетку более чем 180° от круга



Для этого второму
нужно подобрать как
можно больше и занять
и разбить углы
и при этом разместить
углы и точки прямо, в
медиане, занимают
больше всего пространства
черу и не разбить
углов

Но так как при этом размеще
второй занимает так 180°
то размещается кривой

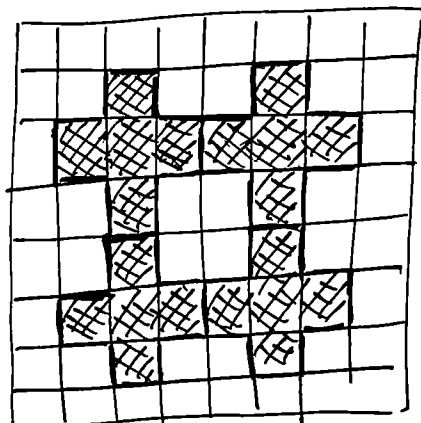
⇒ Первый игрок выигрывает независимо от игры
соперника

+

Ответ Первый

Задача 3

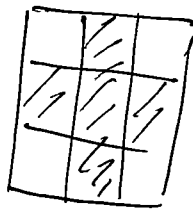
Ответ 4 креста
Пример



— пример

Можно ли во все клетки доски или:

Внимательно в квадрат 3×3



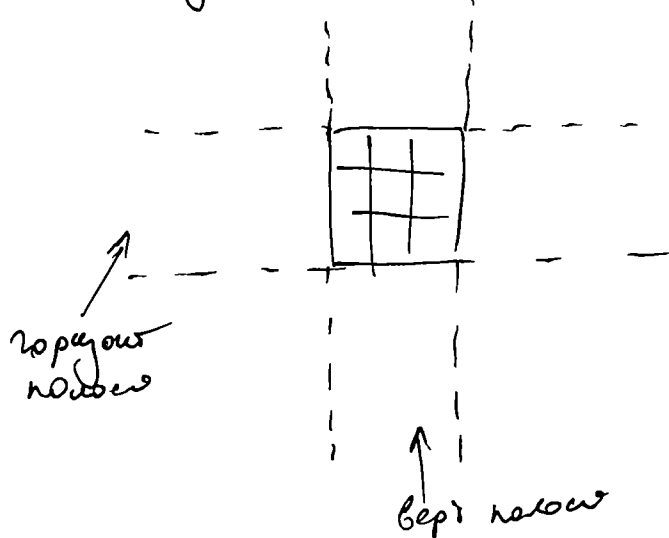
Вот почему не

$\Rightarrow$ если доску можно разрезать на n -ое число квадратов 3×3 , то можно разрезать и на $n-1$ -ое число крестов (или более)

Вспомогательная доска 8×8 или квадрат 3×3
При любом ее расположении можно вписать
и второй квадрат 3×3 так, чтобы они не
пересекались

$\Rightarrow$ Уже есть два квадрата 3×3 на доске 8×8

Теперь где еще у квадратов трети стороны



и поймем, что второй
квадрат не может при этом
находиться и в верт. полосе,
и в горизонт. полосе
первого квадрата

$\Rightarrow$ Он находится только
в одной, либо в обеих
полосах

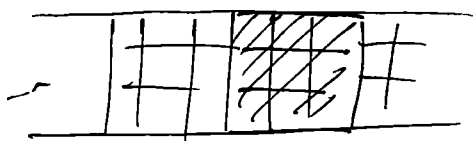
$\Rightarrow$ одна из полоски остается
свободной

и если эти горизонт. полоски, то где второй квадрат
тоже свободна горизонт. полоска (и также уже
было две вертикальные полосы второго и первой (горизонт.)

и аналогично где верт. полоски

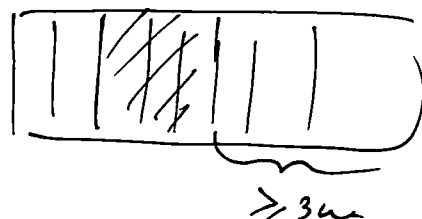
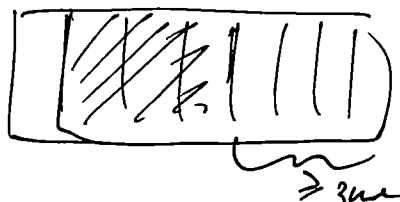
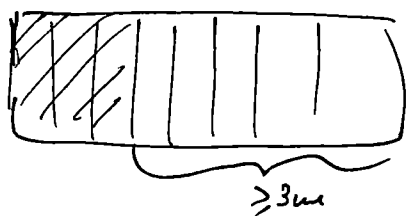
⇒ Есть 2 квадрата и у них свои свои периметры.
Пусть горизонтальные (для верт. омонимия)

⇒



x 2

Теперь посмотрим на такую задачу в ней
8 способов по 3 квадрата и при любом раскладе в ней
первое квадрат, ^{генератор} еще всегда можно поставить еще один



Остальные случаи симметричны

⇒ Во всю длину ^{почему?} ~~вертикально~~ ^{высоте} ~~высоте~~
при ^{модер} ~~высоте~~ ^{высоте} 3 квадратов можно вставить 4-6 см

⇒ При любом вращении $3 \times \text{крест}$ у роста 8×8
можно вставить и $\sqrt{2}$ ребер крест $\overline{7}$

⇒ Меньше, чем 4 крестами нельзя закрыть рост,
чтобы у крестов было вращение еще один
крест Пример на 4 креста (выявление решения)

⇒ Ответ 4

Задача 5

$$(k-2)x^2 + (k-1)x + k = 0$$

пусть $k-1 = t$
 $k = t+1$

$$\Rightarrow (t-1)x^2 + t^2x + (t+1) = 0$$

$$D = t^4 - 4(t-1)(t+1) = t^4 - 4(t^2-1) = t^4 - 4t^2 + 4 = (t^2-2)^2$$

$$x_1 = \frac{-t^2 + (t^2-2)}{2(t-1)} = \frac{-t^2 + t^2 - 2}{2(t-1)} = \frac{-2}{2(t-1)} = \frac{-1}{t-1}$$

$$x_2 = \frac{-t^2 - (t^2-2)}{2(t-1)} = \frac{-t^2 - t^2 + 2}{2(t-1)} = \frac{-2t^2 + 2}{2(t-1)} = \frac{-2(t^2-1)}{2(t-1)} = \frac{-(t-1)(t+1)}{(t-1)} = -(t+1)$$

1ce) Пусть $x_1 \in A$
 $x_2 \in B$

2ce) $x_1 \in B$
 $x_2 \in A$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{-1}{t-1} \in (0, 1) \cup (2, 3) \cup (4, 5) \\ -(t+1) \in (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} \frac{-1}{t-1} > 0 \\ \frac{-1}{t-1} < 1 \end{cases} \textcircled{1} \\ \begin{cases} \frac{-1}{t-1} > 2 \\ \frac{-1}{t-1} < 3 \end{cases} \textcircled{2} \\ \begin{cases} \frac{-1}{t-1} > 4 \\ \frac{-1}{t-1} < 5 \end{cases} \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} \frac{-1}{t-1} > 0 \\ \frac{-1}{t-1} < 1 \end{cases} \textcircled{1} \\ \begin{cases} \frac{-1}{t-1} > 2 \\ \frac{-1}{t-1} < 3 \end{cases} \textcircled{2} \\ \begin{cases} \frac{-1}{t-1} > 4 \\ \frac{-1}{t-1} < 5 \end{cases} \textcircled{3} \end{cases} \textcircled{1}$$

1

$$\begin{cases} \begin{cases} \frac{-1}{t-1} > 1 \\ \frac{-1}{t-1} < 2 \end{cases} \textcircled{4} \\ \begin{cases} \frac{-1}{t-1} > 3 \\ \frac{-1}{t-1} < 4 \end{cases} \textcircled{5} \\ \begin{cases} \frac{-1}{t-1} > 5 \\ \frac{-1}{t-1} < 6 \end{cases} \textcircled{6} \end{cases}$$

2

$$A \cup \textcircled{1} \cup \textcircled{2} \rightarrow \begin{bmatrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \end{bmatrix}$$

решим систему и найдем

$$(13) \frac{1}{1-t} > 0$$

$$\Rightarrow t \in (-\infty, 1)$$

$$\frac{1}{1-t} < 1$$

$$\frac{1-1(1-t)}{1-t} < 0$$

$$\frac{1-1+t}{1-t} < 0$$

$$\frac{t}{1-t} < 0$$

$$\Rightarrow t \in (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$$

$$\Rightarrow t \in (-\infty, 0)$$

$$(12) \frac{1-2(1-t)}{1-t} > 0$$

$$\frac{1-2+2t}{1-t} > 0$$

$$\frac{2t-1}{1-t} > 0$$

$$\Rightarrow t \in (\frac{1}{2}, 1)$$

$$\frac{1-3(1-t)}{1-t} < 0$$

$$\frac{1-3+3t}{1-t} < 0$$

$$\frac{3t-2}{1-t} < 0$$

$$\Rightarrow t \in (-\infty, \frac{2}{3}) \cup (\frac{3}{4}, +\infty)$$

$$\Rightarrow t \in (\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$$

$$(13) \frac{1-4(1-t)}{1-t} > 0$$

$$\frac{4t-3}{1-t} > 0$$

$$\Rightarrow t \in (\frac{3}{4}, 1)$$

$$\Rightarrow t \in (\frac{3}{4}, \frac{4}{5})$$

$$\frac{1-5(1-t)}{1-t} < 0$$

$$\frac{5t-4}{1-t} < 0$$

$$t \in (-\infty, \frac{4}{5}) \cup (1, +\infty)$$

$$(14) \begin{cases} -t-1 < 1 \\ t < -2 \\ -t-1 < 2 \\ t > -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow t \in (-3, -2)$$

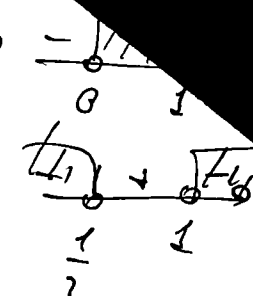
$$(15) \begin{cases} -t-1 > 3 \\ -t-1 < 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t < -4 \\ t > -5 \end{cases} \Rightarrow t \in (-5, -4)$$

$$(16) \begin{cases} -t-1 > 5 \\ -t-1 < 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t < -6 \\ t > -7 \end{cases} \Rightarrow t \in (-7, -6)$$

$$\Rightarrow (1) \begin{cases} t \in (-\infty, 0) \cup (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}) \cup (\frac{3}{4}, \frac{4}{5}) \\ t \in (-7, -6) \cup (-5, -4) \cup (-3, -2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow t \in (-7, -6) \cup (-5, -4) \cup (-3, -2)$$

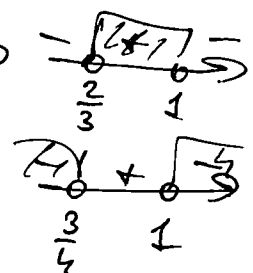
$$(24) \begin{cases} -t-1 > 0 \\ -t-1 < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t < -1 \\ t > -2 \end{cases} \\ \underline{t \in (-2, -1)}$$

$$(24) \begin{cases} \frac{1-(1-t)}{1-t} > 0 \\ \frac{1-2(1-t)}{1-t} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{t}{1-t} > 0 \\ \frac{2t-1}{1-t} < 0 \end{cases}$$


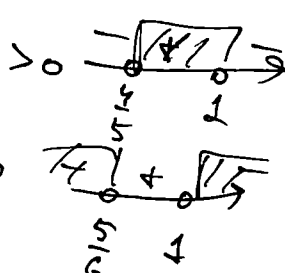
$$(22) \begin{cases} -t-1 > 2 \\ -t-1 < 3 \end{cases} \\ \underline{t \in (-4, -3)}$$

$$\Rightarrow \underline{t \in (0, \frac{1}{2})}$$

$$(23) \begin{cases} -t-1 > 4 \\ -t-1 < 5 \end{cases} \\ \underline{t \in (-6, -5)}$$

$$(25) \begin{cases} \frac{1-3(1-t)}{1-t} > 0 \\ \frac{1-4(1-t)}{1-t} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3t-2}{1-t} > 0 \\ \frac{4t-3}{1-t} < 0 \end{cases}$$


$$\Rightarrow \underline{t \in (\frac{2}{3}, \frac{3}{4})}$$

$$(26) \begin{cases} \frac{1-5(1-t)}{1-t} > 0 \\ \frac{1-6(1-t)}{1-t} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5t-4}{1-t} > 0 \\ \frac{6t-5}{1-t} < 0 \end{cases}$$


$$\Rightarrow \underline{t \in (\frac{4}{5}, \frac{5}{6})}$$

$$\Rightarrow (2) \cdot \begin{cases} t \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1) \\ t \in (0, \frac{1}{2}) \cup (\frac{2}{3}, \frac{3}{4}) \cup (\frac{4}{5}, \frac{5}{6}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{t - \text{ket peremenn}} \quad \text{---}$$

$$\Rightarrow \text{Peremenn boit svetenn}$$

$$\underline{t \in (-7, -6) \cup (-5, -4) \cup (-3, -2)}$$

$$\text{Kopebegen gra } k$$

Дополнительных чисел 2

ПЛАНИ ОТВЕТОВ ЛЧСТ 5

$$t = k - 1$$

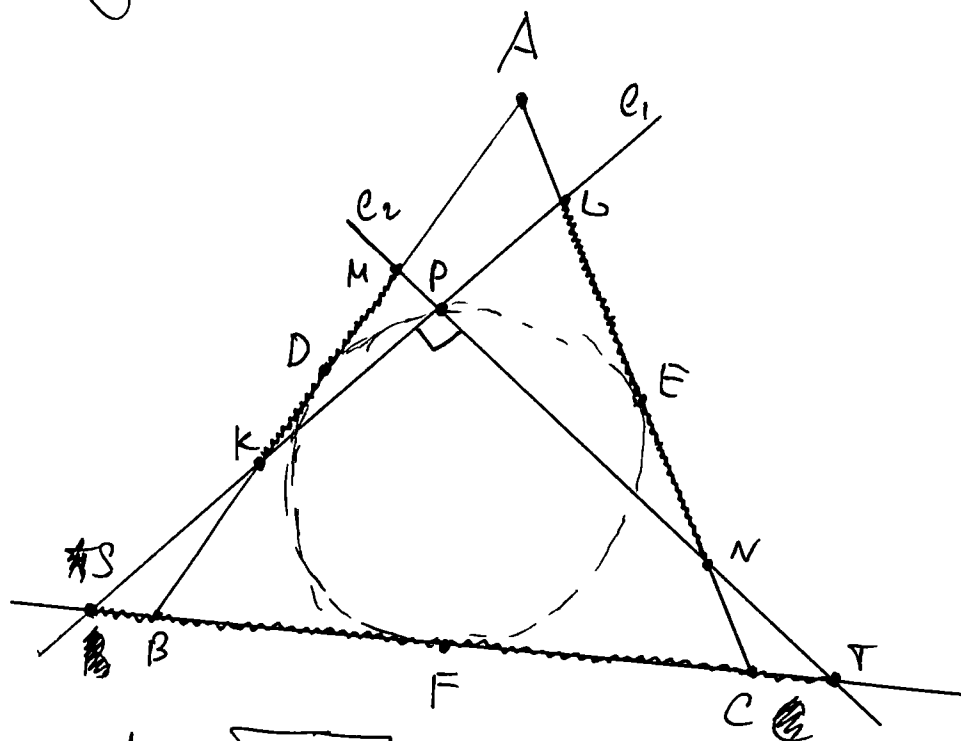
$$\Rightarrow k - 1 \in (-7, -6) \cup (-5, -4) \cup (-3, -2)$$

$$k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$$

+

Ответ $k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$

Задача 4



Дано $BS = CT$

Доказать $MK + NL = ST$

Доказано

$$\begin{aligned} KM^2 &= KP^2 + MP^2 \quad (\text{по теореме Пифагора}) \\ NL^2 &= NP^2 + LP^2 \quad (\text{по теореме Пифагора}) \\ ST^2 &= SP^2 + TP^2 \quad (\text{по теореме Пифагора}) \\ ST^2 &= (KP + KS)^2 + (NP + NT)^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow KM = \sqrt{KP^2 + MP^2}$$

$$NL = \sqrt{NP^2 + LP^2}$$

$$ST = \sqrt{KP^2 + 2KP \cdot KS + KS^2 + NP^2 + 2NP \cdot NT + NT^2}$$

Проверка в $MK + NL = ST$

$$\Rightarrow \sqrt{KP^2 + MP^2} + \sqrt{NP^2 + LP^2} = \sqrt{KP^2 + 2KP \cdot KS + KS^2 + NP^2 + 2NP \cdot NT + NT^2}$$

$$\Rightarrow \cancel{K^2 P^2 + M^2 P^2 + N^2 P^2 + 6 P^2} + 2 \sqrt{(K^2 P^2 + M^2 P^2)(N^2 P^2 + 6 P^2)} = \cancel{K^2 P^2} + 2 K P K S + K S$$

$$2 \sqrt{(K^2 P^2 + M^2 P^2)(N^2 P^2 + 6 P^2)} = 2 (K P K S + N P N T) - (M^2 P^2 + 6 P^2) + \cancel{M^2 P^2} + 2 M P N T$$

$$4 (K^2 P^2 + M^2 P^2)(N^2 P^2 + 6 P^2) = 4 (K P K S + N P N T)^2 + (M^2 P^2 + 6 P^2)^2 - 2 \cdot 2 (K P K S + N P N T)(M^2 P^2 + 6 P^2)$$

$$S_{KMP} = \frac{1}{2} K M M P$$

$$S_{NLP} = \frac{1}{2} N L L P$$

$$S_{SPT} = \frac{1}{2} S P P T = \frac{1}{2} S T h$$