



Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Д О Б Р Я К

Имя А Р Т Е М

Отчество П А В Л О В И Ч

Дата рождения 0 7 0 7 2 0 0 8

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория С - 1 1 1 1

Дата 0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101611301977

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	8 9 4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	-	<input checked="" type="text" value="20"/>	-	0					
Балл члена жюри №2	20	-	8	-	10					

Итоговый балл

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1 из условия следует, что

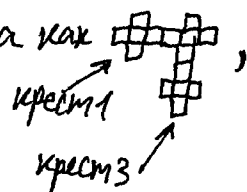
$f(\overline{aa}) f(\overline{ab}) f(\overline{ba}) - a a b \Rightarrow$ либо $f(\overline{ab}) - a$ и $f(\overline{ba}) - b$, либо $f(\overline{ab}) b$ и $f(\overline{ba}) a$
 $\Rightarrow \forall$ из a и b $f(\overline{ab}) + f(\overline{ba}) - a + b$, $f(\overline{aa}) - a \Rightarrow \checkmark$

$$\begin{aligned} & f(11) + f(12) + f(13) + f(21) + f(23) + f(31) + f(32) + f(33) - \\ & = f(11) + f(22) + f(33) + f(33) + (f(12) + f(21)) + (f(13) + f(31)) + (f(23) + f(32)) + \\ & + (f(33) + f(33)) = \\ & = 1 + 2 + 3 + 9 + (1+2) + (1+3) + (2+3) + (3+4) + (8+9) = \\ & = 1 + 1 + 8 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 + 3 + 6 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 9 \cdot 1 + 9 \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 9 \cdot 9 = \\ & = 9(1 + 2 + 3 + 9) = 9 \cdot 45 = 405 \end{aligned}$$

3 для любого 1-го поставленного креста можно поставить 2-ой так, чтобы они располагались, как с точностью до поворота. Это можно сделать, так как если отступить от одного края поля на 2, то 8-3-2-3, и 3 - как раз ширина креста. ✓

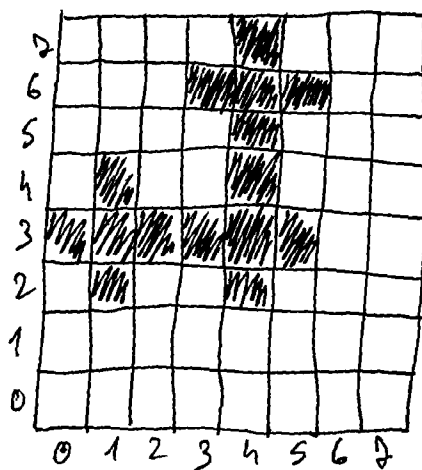
Аналогично, 3-й крест можно расположить так, чтобы структура была как с точностью до поворота или симметрии. Обозначим кресты

Рассмотрим крайний случай, когда крест 1 и крест 3 ближе всего к краям поля, и места между ними минимально

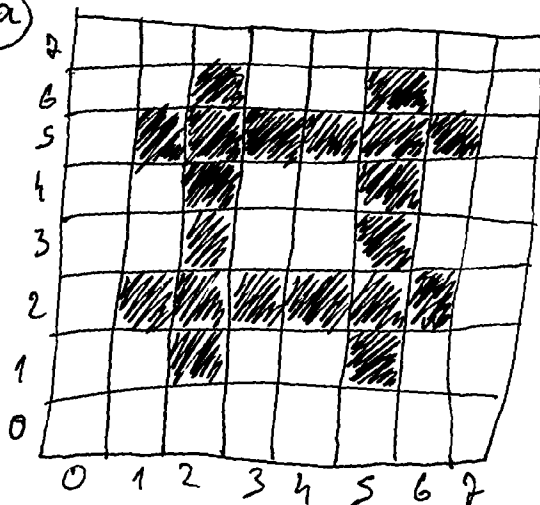


поле будет таким, с точностью до поворота

как видно, в угол между крестом 1 и крестом 3 можно поместить еще один крест с центром в клетке (1,6) $\Rightarrow$ и в случаях, когда кресты 1 и 3 расположены на большем расстоянии друг от друга или от краев, между ними все равно можно поставить 4-й крест $\Rightarrow$ кол-во крестов ≥ 4
 пример мож 4 креста



если же 3 креста располагаются более плотно, то 4-й крест можно просто поставить с другой стороны



$$5 \quad A = (0, 1) \cup (2, 3) \cup (4, 5)$$

$$B = (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6)$$

$$(k-2)x^2 + (k-1)x + k = 0$$

по теореме Виета $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{(k-1)}{k-2} \\ x_1 x_2 = \frac{k}{k-2} \end{cases}$ по условию $x_1, x_2 > 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{(k-1)}{2-k} > 0 \Rightarrow k < 2 \\ \frac{k}{k-2} > 0, k < 2 \Rightarrow k < 0 \end{cases} \Rightarrow k < 0$ ✓

$$x_1 + x_2 = -\frac{(k-1)}{k-2} = -\frac{k^2 - 2k + 1}{k-2} = -k - \frac{1}{k-2} \Rightarrow 2x_1 + 2x_2 = -2k - \frac{2}{k-2}$$

$$x_1 x_2 = \frac{k}{k-2} = \frac{k^2 + 2}{k-2} = 1 + \frac{2}{k-2}$$

⇒ не выполняется

$$\Rightarrow x_1 x_2 + 2x_1 + 2x_2 = 1 - 2k \Rightarrow k = \frac{x_1 x_2 + 2x_1 + 2x_2 - 1}{-2} = \frac{1 - x_1 x_2 - x_1 - x_2}{-2}$$

1 $x_1 \in (0, 1), x_2 \in B \Rightarrow k \in (-\frac{19}{2}, -8) \cup (-\frac{13}{2}, -5) \cup (-\frac{7}{2}, -2) \cup (-5\frac{1}{2}, -4\frac{1}{2}) \cup (-3\frac{1}{2}, -2\frac{1}{2}) \cup (-1\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

2 $x_1 \in (2, 3), x_2 \in B \Rightarrow k \in (-\frac{35}{2}, -\frac{30}{2}) \cup (-\frac{25}{2}, -\frac{20}{2}) \cup (-\frac{15}{2}, \frac{10}{2}) \cup (-\frac{23}{2}, \frac{28}{2}) \cup (-\frac{19}{2}, -\frac{15}{2}) \cup (-\frac{11}{2}, \frac{7}{2}) \cup (-\frac{10}{2}, -\frac{7}{2})$

3 $x_1 \in (4, 5), x_2 \in B \Rightarrow k \in (-\frac{51}{2}, -\frac{44}{2}) \cup (-\frac{37}{2}, -\frac{30}{2}) \cup (-\frac{23}{2}, -\frac{16}{2}) \cup (-\frac{43}{2}, \frac{37}{2}) \cup (-\frac{31}{2}, -\frac{25}{2}) \cup (-\frac{19}{2}, -\frac{13}{2}) \cup (-\frac{16}{2}, -\frac{13}{2})$

Объединив вышеполученные множества, получим, что $k \in (-\frac{51}{2}, -\frac{44}{2}) \cup (-\frac{37}{2}, -\frac{35}{2}) \cup (-\frac{31}{2}, -\frac{30}{2}) \cup (-\frac{23}{2}, -\frac{25}{2}) \cup (-\frac{25}{2}, -\frac{23}{2}) \cup (-\frac{23}{2}, -\frac{20}{2}) \cup (-\frac{20}{2}, -\frac{19}{2}) \cup (-\frac{19}{2}, -\frac{16}{2}) \cup (-\frac{16}{2}, -\frac{15}{2}) \cup (-\frac{15}{2}, -\frac{13}{2}) \cup (-\frac{13}{2}, -\frac{11}{2}) \cup (-\frac{11}{2}, \frac{10}{2}) \cup (-\frac{10}{2}, -\frac{9}{2}) \cup (-\frac{9}{2}, -\frac{7}{2}) \cup (-\frac{7}{2}, -\frac{5}{2}) \cup (-\frac{5}{2}, -\frac{4}{2}) \cup (-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$

неверно

Линия отреза

Бланк ответов

