

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☒ информатика ☐ история
☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия П А К Л О

Имя М А К С Ц М

Отчество А И Д Р Е Е В Ч И Ч

Дата рождения 01 11 2008

Город участия К А Л Ц И Н И Г Р А Д

Аудитория 110

Дата 02 02 2026

Подпись

Ракло

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101286496847

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

☐ анализ данных	☒ информатика	☐ история
☐ математика	☐ обществознание	☐ русский язык
☐ физика	☐ химия	

Класс

☐ 8	☐ 9	☐ 10	☒ 11
----------------------------	----------------------------	-----------------------------	--

Город участия

К	А	Л	И	И	И	Г	Р	А	Д										
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Заполняется организаторами

Количество доп. листов **Количество черновиков к проверке**

Время выхода с **до**

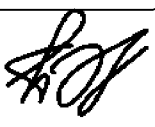
Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	-	12	7	0	18					
Балл члена жюри №2	-	12	7	0	18					

Итоговый балл

Подпись члена жюри №1



Подпись члена жюри №2



Пример заполнения

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф
Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

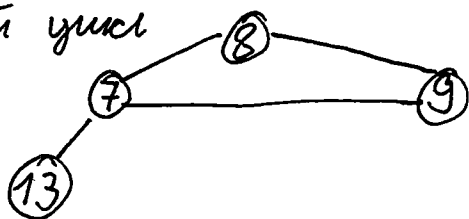
Задание 4 Рассмотрим ребро 12-15 По определению маршрута, каждое ребро должно встретиться в последовательности лишь 1 раз ("маршрут — последовательность различных ребер графа") Значит, вершина 15 должна встретиться в маршруте лишь 1 раз, так как ее степень — 1 То есть в маршруте не может быть такого участка 12-15-12 (если считать, что такая запись означает "пройдем" из вершины 12 в вершину 15, ^{исходя из 12} это всегда может быть лишь одно ребро, так как в графе

между любой парой вершин не более 1 ребра (возможно, 0) $\Rightarrow$ Вершина 15 может стать либо начальной, либо конечной вершиной маршрута (если описывать маршрут как последовательность ребер, то ребро 12-15 либо первое, либо последнее)

Аналогично с ребром 4-6 Вершина 6 (ребро 4-6) либо первое, либо последнее

①, поэтому такая запись корректна

Также обратим внимание на вершину 13 и смежный с ней цикл



Мы уже знаем, что ребра 12-15 и 4-6 — это первое и последнее ребро маршрута (разумеется, если считать, что он существует) Значит в последовательности (маршруте) точно будет такой участок 13-7-8-9 или 13-7-9-8-7 Но! Это гарантированно не конец маршрута, а значит еще остались непройденные ребра Единственный путь, чтобы вернуться к ним — пройти по ребру 7-13 А оно уже есть в маршруте Следовательно возникает противоречие, и такой маршрут не существует

Задание 5 = 185

Важно заметить, что всего вершин 12

Значит каждая вершина принадлежит какому-то паросочетанию, т.к. $6(\text{паросоч.}) \cdot 2(\text{верш./паросоч.}) = 12$ нулевых вершин, столько у нас и есть

То есть не будет вершины, которая не является частью какого-то паросочетания (если предположить, что такое паросочетание существует)

Повторка Чтобы все не перечеркивать, выше в подчёркну-
тых паросочетаниях имеется ввиду конкретная пара,
• а не сочетание в общем

Отталкиваясь от этого, давайте рассмотрим, в каких парах может состоять вершина 1

I 1-8 Тогда единственная свободная вершина для образования пары с 5 и 10 — это 4 В таком случае будет либо пара 4-5, либо 4-10 В этих ситуациях 10 и 5 остаются без пары соответственно, значит 1 и 8 соединить нельзя

II 1-13 Та же ситуация, 5 или 10 остаются без пары, другая вершина образует пару с 4 Значит, 1 и 13 соединить нельзя

III 1-10 Тогда можно соединить с 5 только 4 $\Rightarrow$ 5-4
13-2 Здесь тоже не было выбора, так как 1 уже в паре с 10 9-3, тоже единств. вариант
И получается, что 12, имея рёбра только с 4 и 3, не может встать с ними в пару $\Rightarrow$ 1-10 невозможно

IV 1-5 Аналогично III, 10-4 13-2 9-3 12 снова нельзя ни с какой вершиной поставить в пару

Значит, Нельзя найти такое паросочетание, что пар-6, а в таком графе, т.к. нет пары для вершины 1,

которая бы привела к нахождению корректного паросочетания. А как я писал в начале, каждая вершина должна иметь пару. Получилось противоречие, а значит такое паросочетание не существует.

Задача 2 125

Так как сумма записывается 10-ю цифрами, максимальное значение это $\underbrace{11}_{10 \text{ единиц}} 11_2 = 1023_{10}$. Значит, что не

будет ситуация, когда нельзя найти такие (A, B) , что $A, B < 1024$, а сумма, будучи натуральной, > 2046 , и нельзя будет найти такие (A, B) в указанных ограничениях.

Теперь, сколько может быть пар (A, B) , которые в сумме дадут n ?

$$0+n, 1+(n-1), 2+(n-2) \dots$$

Так как пары (B, A) и (A, B) считаются одинаковыми, таких пар будет $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1$. Округляем вниз, так как нельзя найти такое A ($A \in \mathbb{N}$), что $A+A=n$, $n \in \mathbb{N}$,

и прибавляем 1, так как пара с нулем также должна быть учтена.

Проверим формулу на небольших n .

$$n=1$$

$$(0,1), \text{ а формула даст } \lfloor \frac{1}{2} \rfloor + 1 = 1 \oplus$$

$$n=2$$

$$(0,2), \text{ а } (1,1), \text{ а формула даст } \lfloor \frac{2}{2} \rfloor + 1 = 2 \oplus$$

$$n=5$$

$$(0,5), (1,4), (2,3), \text{ а формула даст } \lfloor \frac{5}{2} \rfloor + 1 = 3 \oplus$$

Теперь можно перебрать палиндромы длины 10

$$0000110000_2 = 2^4 + 2^5 = 48 \rightarrow \lfloor \frac{48}{2} \rfloor + 1 = 25$$

$$0001001000_2 = 2^3 + 2^6 = 72 \rightarrow \lfloor \frac{72}{2} \rfloor + 1 = 37$$

$$0001111000_2 = 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 = 120 \rightarrow \lfloor \frac{120}{2} \rfloor + 1 = 61$$

$$0010000100_2 = 2^7 + 2^2 = 132 \rightarrow \lfloor \frac{132}{2} \rfloor + 1 = 67$$

Их слишком много, можно сделать чуть лучше

Так как первые 5 цифр (в двоичной) такие же, как и вторые 5, чтобы посчитать все палиндромы, достаточно смотреть лишь на них

00001

00010

00011

00100

00101

00110

00111

01000

01001

01010

01011

01100

01101

01110

01111

10000

10001

10010

10011

10100

10101

10110

10111

11000

11001

11010

11011

11100

11101

11110

11111

Понятно, что их $2^5 - 1$, но вот как их я знаю сколько раз в палиндромах встретится каждая цифра

16 раз 2^5 и 2^4

16 раз 2^6 и 2^3

16 раз 2^7 и 2^2

16 раз 2^8 и 2^1

16 раз 2^9 и 2^0

Вспомни формулу $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1$ Округление вниз можно отбросить, ведь сумма, двоек — всегда четное Тогда $\frac{n}{2} + 1$ степеней

Нужна сумма пар, поэтому общая формула была бы $\sum_{i=0}^{16} \frac{2^i + 2^9}{2} + 1$ и просуммировать

← все варианты, которые слева. Значит, так от перестановки мест слагаемых сумма не меняется, можно вынести +1. Палиндромов 31, поэтому единицы в сумме дадут +31

Также можно сгруппировать и суммировать

$$\frac{2^0 16 + 2^1 16 + 2^2 16 + \dots + 2^8 16 + 2^9 16}{2} =$$

$$= 8(2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^9) = 8 \cdot 1023 = 8184$$

Или если $A=0, B=0$, то 10 нулей — тоже

так что их 32 (но 0 тоже)

наименее

Бланк ответов

$$\Rightarrow 8184 + 1 = 8185$$

Ответ 8185 пар

Задача 3

Составим таблицу истинности для $(a \wedge b) \vee (a \rightarrow c)$

a	b	c	$a \wedge b$	$a \rightarrow c$	$(a \wedge b) \vee (a \rightarrow c)$
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1

То есть нужно составить выражение, которое ложно только при $a=1, b=0, c=0$

a	b	$a \wedge b$	$(a \wedge b) \rightarrow (a \wedge b)$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

То есть операция $(a \wedge b) \rightarrow (a \wedge b)$ эквивалентна операции $\neg a \vee a$ (не a)

Тогда рассмотрим таблицу

a	b	c	$(a \wedge b) \rightarrow (a \wedge b)$	$(a \wedge b) \rightarrow (a \wedge b)$	не
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1

Более адекватное доказательство

a	$a \wedge a$
0	1
1	0

+58

Видим, что 00 еще при значениях $a=0, b=0, c=1, a=1, b=0, c=1$ А в $a=1, b=0, c=0$ — это 0! Поэтому (след страница)

$(\overline{(a \downarrow c)} \downarrow b) \downarrow (\bar{c})$ даст нулевой результат' +28

($\bar{c}$ означает $\neg c$)

Если привести к виду, где только стрелка Пирса, то

$\boxed{((a \downarrow c) \downarrow b) \downarrow (a \downarrow c) \downarrow b) \downarrow (c \downarrow c)} \leftarrow \text{Ответ.}$