



2026308103022

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Р А З М А З И Ч

Имя Р О М А Н

Отчество О Л С Т О В Ч И Ч

Дата рождения 2 4 1 1 2 0 0 8

Город участия Т Ю М Е Н Ь

Аудитория 3 1 6

Дата 0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026308103022

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс

- ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

Т Ю М Е Н Ь

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Балл члена
жюри №1

20 — 5 — 0

Балл члена
жюри №2

20 — 5 — 0

Итоговый балл

25

Подпись

члена жюри №1

ЖС

Подпись

члена жюри №2

Власов

Пример

заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача 1

$$f(\overline{cab}) + f(\overline{bca}) + f(\overline{cba}) = a + b + c$$

1) Положим $a = b = c$

$$(f(\overline{aaa}))^3 = a^3, \text{ откуда } f(\overline{aaa}) = a$$

2) Положим $a \neq b \neq c$

$$f(\overline{caa}) + f(\overline{ace}) + f(\overline{c\bar{a}}) = a + a + c = a^2, \text{ поскольку } f(\overline{ace}) \text{ равно } a \text{ или } c,$$

а $f(\overline{ca})$ равно c или a , то

$$f(\overline{ace}) + f(\overline{c\bar{a}}) = a + c, \text{ это возможно при } f(\overline{ace}) = a \text{ и } f(\overline{c\bar{a}}) = c$$

$$f(\overline{ace}) = c \text{ и } f(\overline{c\bar{a}}) = a,$$

в обоих случаях $f(\overline{ace}) + f(\overline{c\bar{a}}) = a + c$ при $\forall a, c$

Вычислим сумму,
$$S = \sum_{a=1}^9 \sum_{b=1}^9 f(\overline{ab})$$

+

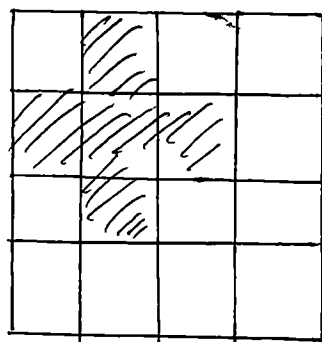
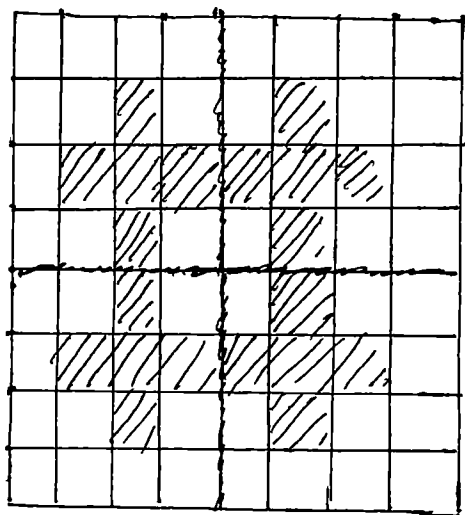
1) Если $a = b$, $f(\overline{aaa}) = a$, таких слагаемых 9, их сумма $1+2+3+\dots+9 = 45$

2) Если $a \neq b$, для каждой упорядоченной пары раз $\{a, b\}$, есть два числа ab и ba , причем $f(\overline{ab}) + f(\overline{ba}) = a + b$, сумма по всем парам равна $\sum_{a=1}^9 a \cdot 8 = 8 \cdot 45 = 360$, так и каждый цифр a входит в 8 пар с другими цифрами, следовательно, сумма $f(\overline{ab})$ по всем парам ($a \neq b$) равна 360, тогда

$$\text{общая сумма } S = 45 + 360 = 405$$

Ответ 405

Задача 3



1) Разобьем доску 8×8 на 4 равных квадрата 4×4 ,
 для одного квадрата 4×4 ^{возможны} ~~возможны~~ ^{возможны} вырезания единственного
 креста , ~~каждый~~ ^{а если крест расположится на двух квадратах,} и 4 квадратов 4×4 иными, но минимальные 4×4 можно вырезать,
 как во крестов, которые можно вырезать так, чтобы из оставшейся
 части нельзя было вырезать еще 1 такой, 4 креста
 (Так, как показано на рисунке) 

Если $\text{пор } \text{гребней} < 4$, ~~то~~ выполнение условий невозможно,
всегда найдется место еще для одного

Бланк ответов

Задача 5

$$(k-2)x^2 + (k-1)x + k = 0$$

$$A = (0, 1) \cup (2, 3) \cup (4, 5)$$

$$f(x) = (k-2)x^2 + (k-1)x + k - \text{нб функция}$$

$$B = (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6)$$

При $k=2$ уравнение линейное
 $x+2=0, x=-2 \quad x \notin A \quad x \notin B, \rightarrow k \neq 2$

$$D = (k-1)^2 - 4k(k-2) = (k^2 - 2k - 1)^2 \geq 0$$

$$D \neq 0, k \neq 1 \pm \sqrt{2}$$

Пусть $a = k-2$ - старш. коэфф, тогда,

Если $a > 0$ ($k > 2$), график $f(x)$ - парабола, ветви вверх, и $y^{\text{корней}} f(x) < 0$, все корни $f(x) > 0$

Если $a < 0$ ($k < 2$), то парабола ветвями вниз

Для проверки корней в $(m, m+1)$ необходимо и достаточно, чтобы $f(m)$ и $f(m+1)$ имели разные знаки. Поскольку корни два - интервала ровно два

$$f(0) = k$$

$$f(1) = k^2 - 1$$

$$f(2) = 2k^2 + k - 6$$

$$f(3) = 3k^2 + 4k - 15$$

$$f(4) = 4k^2 + 5k - 28$$

$$f(5) = 5k^2 + 6k - 45$$

$$f(6) = 6k^2 + 7k - 66$$

Для каждого случая решим сист. нерав., соответствующих знакам

При $a > 0$ ($k > 2$) нет решений

При $a < 0$ ($k < 2$) только при нахождении интервалов

корни в $(0, 1)$ и $(2, 3)$ - состав. пары (A_1, B_1)

$$f(0) < 0, f(1) > 0, f(2) < 0, f(3) < 0, f(4) < 0$$

$$f(5) < 0, f(6) < 0$$

$$\text{Решение } k \in (-2, -1)$$

корни в $(0, 1)$ и $(3, 4)$ - состав. пары (A_1, B_2)

$$\begin{cases} f(0) < 0, f(1) > 0, f(2) > 0, f(3) > 0, f(4) < 0, f(5) < 0 \\ f(6) < 0 \end{cases}$$

$$\text{Решение } k \in (-4, -3) \text{ как получить?}$$

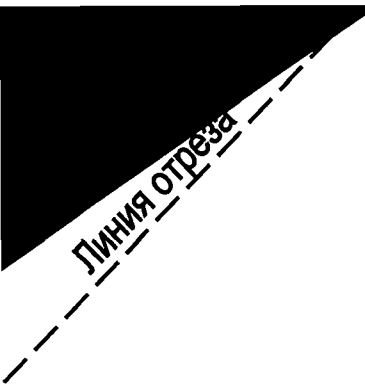
~~корни~~ 3 корня в $(0, 1)$ и $(5, 6)$ - корни на $(1, 2)$

$$f(0) < 0, f(1) > 0, f(2) > 0, f(3) > 0, f(4) > 0, f(5) > 0, f(6) < 0$$

Равенство $k \in (-6, -5)$ как найдено?

Во всех случаях $\Delta > 0$, $k \neq 2$

Найдем $k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$ как найдено?



Бланк ответов

