

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ГРЕБЕНКИН

Имя ДМИТРИЙ

Отчество АНДРЕЕВИЧ

Дата рождения 21 12 2007

Город участия ПЕРМЬ

Аудитория 2

Дата 02 02 2026

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026671119691

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ПЕРМЬ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	—	—	—	20					
Балл члена жюри №2	0	—	—	—	20					

Итоговый балл 20

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

7

/

15) $(k-2)x^2 + (k-1)^2x + k = 0$

Рассмотрим случаи.

• $k=2$

$$(2-2)x^2 + (2-1)^2x + 2 = 0$$

$$x+2=0$$

$x=-2$ — 1 корень не подходит

• $k=1$

$$(1-2)x^2 + (1-1)^2x + 1 = 0$$

$$-x^2 + 1 = 0$$

$$\begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$$

2 корня и оба не принадлежат ни А, ни В

• $k=0$

$$(0-2)x^2 + (0-1)^2x + 0 = 0$$

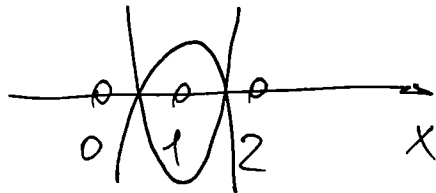
$$-2x^2 + x = 0$$

$$\begin{cases} x=0 \notin A \cup B \\ x=\frac{1}{2} \in A \end{cases}$$

не подходит

Проверим случаи

• $k \neq 2, 1, 0$



$$\begin{cases} D > 0 \\ (k-2) \cdot f(1) < 0 \\ f(0) \stackrel{(k-2)}{>} 0 \\ f(2) \stackrel{(k-2)}{>} 0 \end{cases}$$

1) $f(1) = k-2 + (k-1)^2 + k = k^2 - 2k + 1 + k - 2 + k = k^2 - 1 = (k-1)(k+1)$

2) $f(0) = k$

3) $f(2) = (k-2) \cdot 4 + (k-1)^2 \cdot 2 + k = 4k - 8 + 2k^2 - 4k + 2 + k = 2k^2 + k - 6 = 2(k+2)\left(k - \frac{3}{2}\right)$

$k=?$

2 корня x_1, x_2 , то

$x_1 \in A, x_2 \in B$, где

$$A = (0, 1) \cup (2, 3) \cup (4, 5)$$

$$B = (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6)$$

Обозначим:

$$f(x) = (k-2)x^2 + (k-1)^2x + k$$

$$\begin{aligned} D &= ((k-1)^2)^2 - 4k(k-2) = \\ &= (k-1)^4 - 4(k^2 - 2k + 1 - 1) = \\ &= (k-1)^4 - 4(k^2 - 1) = \\ &= (k-1)^4 - 4(k-1)^2 + 4 = \\ &= ((k-1)^2 - 2)^2 \end{aligned}$$

чтобы уравнение имело 2 корня, то дискриминант должен быть больше нуля.

$$((k-1)^2 - 2)^2 > 0$$

обозначим $(k-1)^2 = a, a \geq 0$

$$(a-2)^2 > 0$$

$$a \neq 2$$

$$(k-1)^2 \neq 2$$

$$(k-1-\sqrt{2})(k-1+\sqrt{2}) \neq 0$$

$$k \neq 1+\sqrt{2} \text{ или } k \neq 1-\sqrt{2}$$

Получили систему

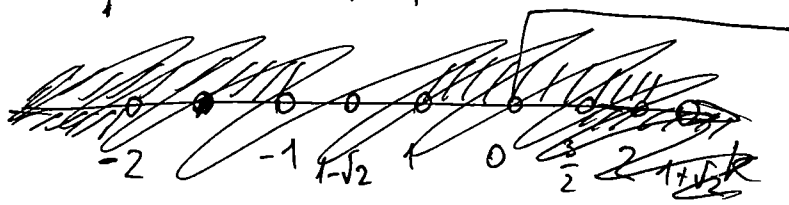
$$\begin{cases} 2\sqrt{1+\sqrt{2}} \\ 1\sqrt{2} \\ 1 < 2 \end{cases}$$

Оценим

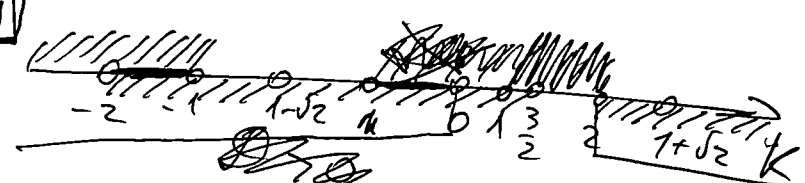
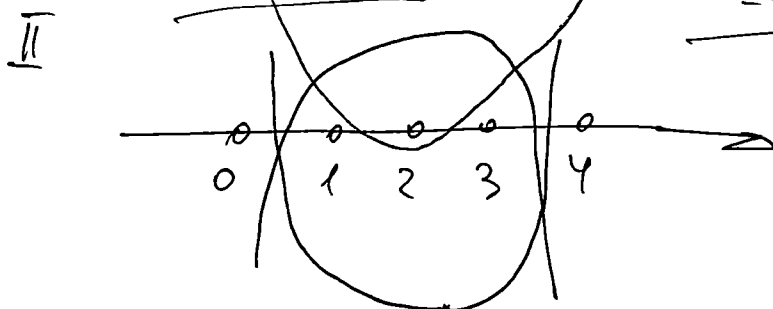
$$\begin{cases} -1\sqrt{1-\sqrt{2}} \\ \sqrt{2}\sqrt{2} \\ 2 < 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\sqrt{1+\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{4} < 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k \neq 1 \pm \sqrt{2} \\ (k-2)(k-1)(k+1) < 0 \\ k(k-2) > 0 \\ 2(k+2)(k-\frac{3}{2})(k-2) > 0 \end{cases}$$



$$\Rightarrow \boxed{-2 < k < -1}$$



$$\begin{cases} F(1)F(2)F(3)(k-2) < 0 \\ F(0)(k-2) > 0 \\ F(4)(k-2) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1) F(3) &= 9(k-2) + 3(k-1)^2 + k = \\ &= 9k - 18 + 3k^2 - 6k + 3 + k = \\ &= 3k^2 + 4k - 15. \end{aligned}$$

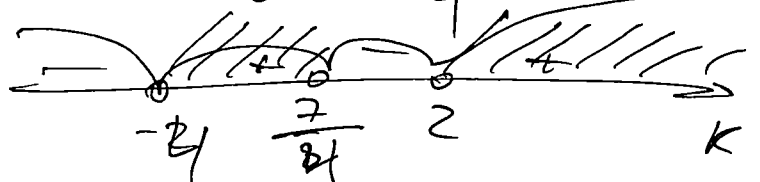
$$\begin{aligned} 2) F(4) &= 16(k-2) + 4(k-1)^2 + k = \\ &= 16k - 32 + 4k^2 - 8k + 4 + k = \\ &= 4k^2 + 9k - 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(4)(k-2) &> 0 \\ (4k^2 + 9k - 28)(k-2) &> 0 \end{aligned}$$

выше $4k^2 + 9k - 28 = 0$ или $k = 2$

$$\begin{aligned} D_1 &= 81 + 4 \cdot 4 \cdot 28 = \\ &= 23^2 \end{aligned}$$

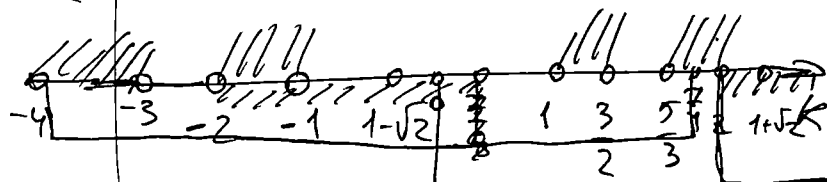
$$\begin{aligned} k &= \frac{-9 \pm 23}{8} = \frac{7}{4} \\ k &= \frac{-9 - 23}{8} = -4 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &F(1)F(2)F(3)(k-2) < 0 \\ &F(0)(k-2) > 0 \text{ — не верно} \\ &F(4)(k-2) > 0 \text{ — верно} \\ &0 > 0 \end{aligned}$$

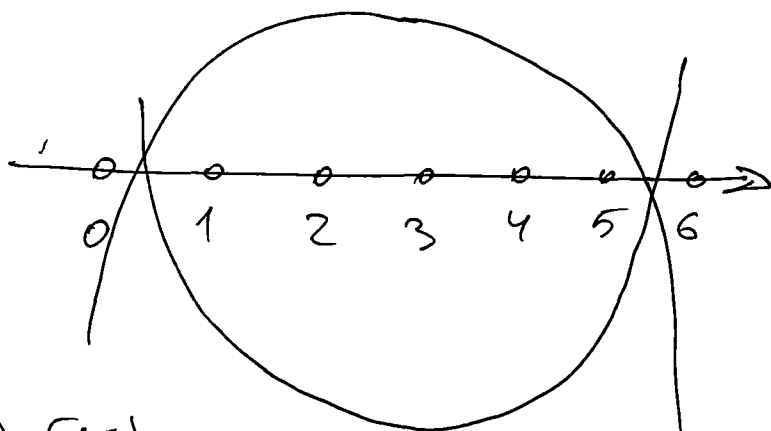
$$\begin{aligned} &\Rightarrow (k-1)(k+1)2(k+2)(k-\frac{3}{2}) \\ &(3k^2 + 4k - 15)(k-2) < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &k(k-2) > 0 \\ &-4 < k < \frac{7}{4}, k > 2 \\ &k \neq 1 \pm \sqrt{2} \end{aligned}$$



$$\Rightarrow \boxed{-2 < k < -1}$$

III



$$\begin{cases} D > 0 \\ f(1)f(2)f(3)f(4)f(5) \cdot (k-2) < 0 \\ f(0)(k-2) > 0 \\ f(6)(k-2) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1) f(5) &= 25(k-2) + 5(k-1)^2 + k = 25k - 50 + 5k^2 - 10k + 5 + k = \\ &= 5k^2 + 16k - 45 \\ \cancel{5k^2 + 16k - 45} \quad 5k^2 + 16k - 45 &= 0 \end{aligned}$$

$$D = 256 + 900 = 34^2$$

$$\begin{cases} k = \frac{-16 \pm 34}{10} = \frac{18}{10} = 1,8 \\ k = \frac{-16 - 34}{10} = \frac{-50}{10} = -5 \end{cases}$$

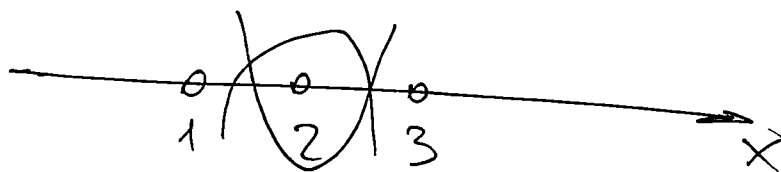
$$\begin{aligned} 2) f(6) &= 36(k-2) + 6(k-1)^2 + k = 36k - 72 + 6k^2 - 12k + 6 + k = \\ &= 6k^2 + 25k - 66 \\ 6k^2 + 25k - 66 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} k = -6 \\ k = \frac{11}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} k \neq 1 + \sqrt{2} \\ (k-1)(k+1)2(k+2)(k-\frac{3}{2})(3k^2+4k-15)(4k^2+9k-28)(5k^2+16k-45)(k-2) < 0 \\ k(k-2) > 0 \\ (6k^2+25k-66)(k-2) > 0 \end{cases}$$

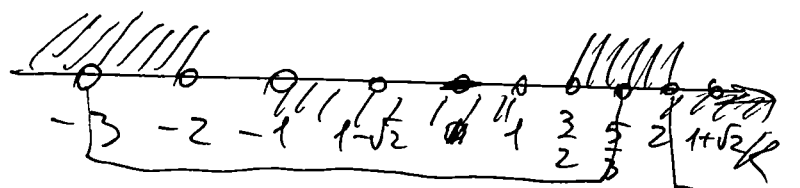
$$\Rightarrow \begin{cases} 6 < k < -5 \\ -4 < k < -3 \\ -2 < k < -1 \end{cases}$$

IV



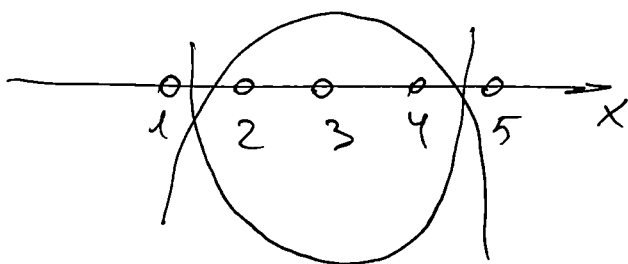
$$\begin{cases} D > 0 \\ f(2) |k-2| < 0 \\ f(1) |k-2| > 0 \\ f(3) |k-2| > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k \neq 1 \pm \sqrt{2} \\ 2(k+2)(k-\frac{3}{2})(k-2) < 0 \\ (k-1)(k+1)(k-2) > 0 \\ (3k^2+4k-15)(k-2) > 0 \end{cases}$$



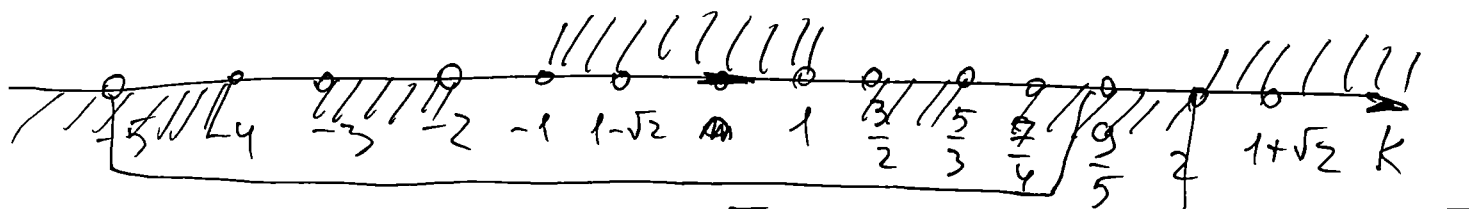
mem penelusutan

V



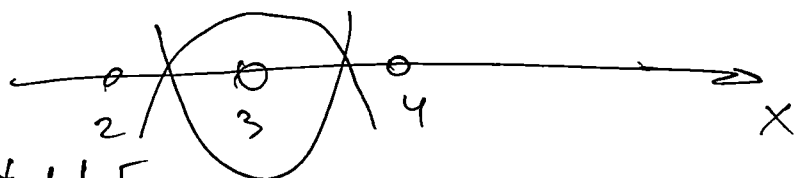
$$\begin{cases} D > 0 \\ f(2)f(3)f(4)(k-2) < 0 \\ f(1) |k-2| > 0 \\ f(5) |k-2| > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k \neq 1 \pm \sqrt{2} \\ 2(k+2)(k-\frac{3}{2})(3k^2+4k-15)(4k^2+9k-20)(k-2) < 0 \\ (k-1)(k+1)(k-2) > 0 \\ (5k^2+16k-45)(k-2) > 0 \end{cases}$$



mem penelusutan

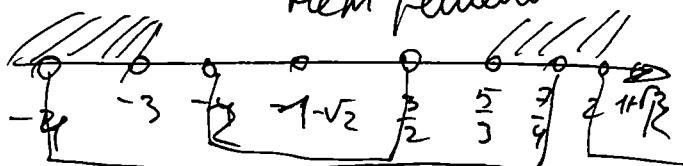
VI



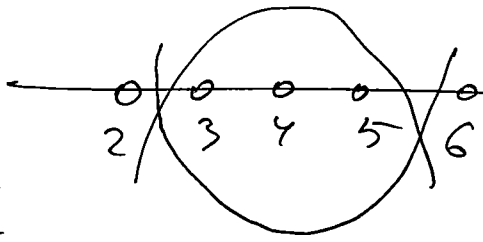
$$\begin{cases} D > 0 \\ f(3) |k-2| < 0 \\ f(2) |k-2| > 0 \\ f(4) |k-2| > 0 \end{cases}$$

mem penelusutan

$$\begin{cases} k \neq 1 \pm \sqrt{2} \\ (k-2)(3k^2+4k+15) < 0 \\ (k-2) 2(k+2)(k-\frac{3}{2}) > 0 \\ (k-2)(4k^2+9k-20) > 0 \end{cases}$$

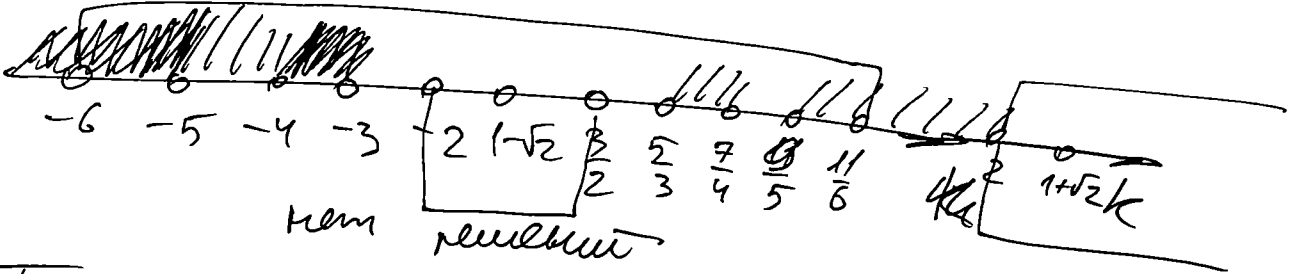


VII

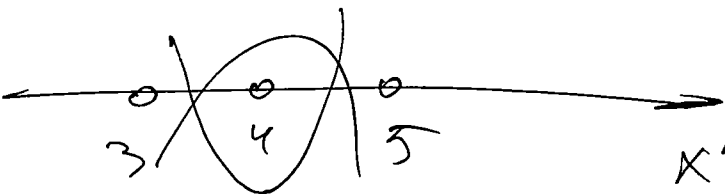


$$\begin{cases} D > 0 \\ f(3)f(4)f(5)(k-2) < 0 \\ f(2)(k-2) > 0 \\ f(6)(k-2) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k \neq 1 \pm \sqrt{2} \\ (3k^2 + 4k - 15)(4k^2 + 9k - 28)(5k^2 + 16k - 45)(k-2) < 0 \\ (k-2)(k+2)(k-\frac{3}{2}) > 0 \\ (k-2)(6k^2 + 29k - 66) > 0 \end{cases}$$

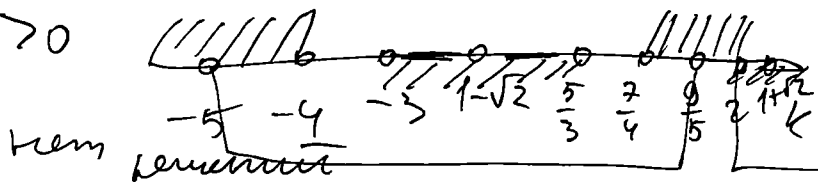


VIII

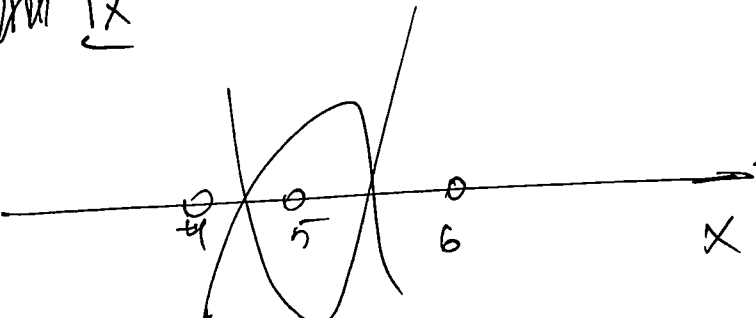


$$\begin{cases} D > 0 \\ f(4)(k-2) < 0 \\ f(3)(k-2) > 0 \\ f(5)(k-2) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k \neq 1 \pm \sqrt{2} \\ (k-2)(4k^2 + 9k - 28) < 0 \\ (k-2)(3k^2 + 4k - 15) > 0 \\ (k-2)(5k^2 + 16k - 45) > 0 \end{cases}$$

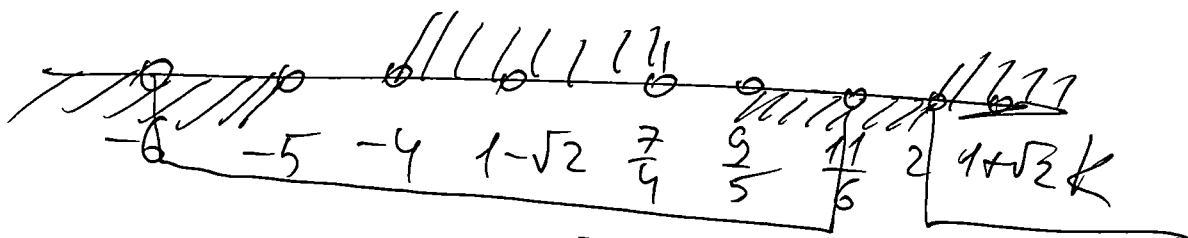


IX



$$\begin{cases} D > 0 \\ (k-2)f(5) < 0 \\ (k-2)f(4) > 0 \\ (k-2)f(6) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k \neq 1 \pm \sqrt{2} \\ (k-2)(5k^2+16k-45) < 0 \\ (k-2)(4k^2+9k-28) > 0 \\ (k-2)(6k^2+25k-66) > 0 \end{cases}$$



нет решений

Ответ: ~~$k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$~~ $k \in (-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, -1)$

1) Запомним, что у чисел $1, 2, \dots, 99$, которые кратны 11 значение делятся на 11, а их сумма $(1+9) \cdot 9 = 45$

у каждого числа вида $\overline{ab}$, где $a \neq b$, есть число $\overline{ba}$ как пара. Разобьем на группы, где $a=1$, это 12, 13, 14, 15, 16, 19, тогда имеем 8 пар чисел: $12, 21, 13, 31, 14, 41, 15, 51, 16, 61, 19, 91$, при $a=2$ 7 чисел, при $a=3$ 6 чисел, при $a=4$ 5 чисел, при $a=5$ 4 числа, при $a=6$ 3 числа, при $a=7$ 2 числа, при $a=8$ 1 число, а также 7 чисел, где $b=0$

если взять наибольшее в каждой группе, то сумма будет $1 + 8 + 2 + 7 + 3 + 6 + 4 + 5 + 5 + 4 + 6 + 3 + 7 + 2 + 8 + 1 + 4 + 5 + 0 + 7 = 8 + 14 + 18 + 20 + 20 + 18 + 14 + 8 + 4 + 5 = 165$

Ответ: 165 верно