



Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Р О М А Н О В

Имя А Р Т Е М

Отчество С Е Р Г Е Е В И Ч

Дата рождения 08 04 2008

Город участия П Е Р М Ь

Аудитория 23

Дата 02 02 2026

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия П Е Р М Ь

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	8	20	0	0					
Балл члена жюри №2	20	8	20	0	0					

Итоговый балл

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

~1

$$\begin{array}{lll} f(11)=1 & f(44)=4 & f(77)=7 \\ f(22)=2 & f(55)=5 & f(88)=8 \\ f(33)=3 & f(66)=6 & f(99)=9 \end{array}$$

Рассмотрим сумму
всех возможных
чисел

1) пусть $a=b=1$

$$f(11) \quad f(1\bar{c}) \quad f(\bar{c}1) = 1 \quad 1 \quad \bar{c} \Rightarrow \begin{cases} f(1\bar{c}) = \bar{c} \\ f(\bar{c}1) = 1 \\ f(1\bar{c}) = 1 \\ f(\bar{c}1) = \bar{c} \end{cases} \Rightarrow f(1\bar{c}) + f(\bar{c}1) = 1 + \bar{c}$$

при $c=2$

$$f(12) + f(21) = 3$$

$c=3$

$$f(13) + f(31) = 4$$

и т.д.

или при $a=b=1$

$$c \in [2, 9]$$

сумма всех чисел вида $1c$ и $c1$

$$\text{равна } 3 + 4 + 5 + \dots + 10 = \frac{(3+10) \cdot 8}{2} = 52$$

2) пусть $a=b=2$

$$f(22) \quad f(2\bar{c}) \quad f(\bar{c}2) = 2 \quad 2 \quad \bar{c} \Rightarrow \begin{cases} f(2\bar{c}) = 2 \\ f(\bar{c}2) = c \\ f(2\bar{c}) = c \\ f(\bar{c}2) = 2 \end{cases} \Rightarrow f(2\bar{c}) + f(\bar{c}2) = 2 + c$$

$c=1$ - рассмотрено в пункте 1

$c=2$ $f(22)=2$ - учтено в начале

$$c=3 \quad f(23) + f(32) = 5$$

и т.д.

$$c=9 \quad f(29) + f(92) = 11$$

сумма всех чисел вида $2\bar{c} + \bar{c}2$, где

$$c \in [3, 9]$$

$$5 + 6 + \dots + 11 = \frac{(5+11) \cdot 7}{2} = 56$$



$$3) a=b=3$$

~~4~~ аналогично предыдущему для 1 и 2

$$f(\overline{3c}) + f(\overline{c3}) = c+3$$

т.к. $c = \{1, 2, 3\}$ — ^{2-м} наименьшим числом
в рефлексивных отношениях

$$\text{т.к. } c \in [4, 9]$$

$$\text{сумма} = 7 + 8 + 9 + \dots + 12 = \frac{19 \cdot 6}{2} = 57$$

$$4) a=b=4 \text{ аналогично предыдущему 1 и 2}$$

$$f(\overline{4c}) + f(\overline{c4}) = c+4$$

т.к. $c = \{1, 2, 3, 4\}$ — наименьшим

$$\text{т.к. } c \in [5, 9]$$

$$\text{сумма} = 9 + 13 = 22 \cdot \frac{5}{2} = 55$$

$$5) a=b=5$$

$$f(\overline{5c}) + f(\overline{c5}) = c+5$$

$$\text{т.к. } c \in [6, 9]$$

$$\text{сумма} = 11 + 14 = 25 \cdot \frac{4}{2} = 50$$

$$6) a=b=6$$

$$f(\overline{6c}) + f(\overline{c6}) = c+6$$

$$\text{т.к. } c \in [7, 9]$$

$$\text{сумма} = 13 + 15 = 28 \cdot \frac{3}{2} = 42$$

$$7) a=b=7$$

$$f(\overline{7c}) + f(\overline{c7}) = c+7$$

$$\text{т.к. } c \in [8, 9]$$

$$\text{сумма} = 15 + 16 = 31$$

$$8) a=b=8$$

$$c=9$$

$$f(89) + f(98) = 9+8$$

$$\text{сумма} = 17$$

Линия отреза

Бланк ответов

~~мы рассчитаем сумму всего рд~~
мы рассчитаем числа всего рд

$$f(11) + f(19) + f(91) + f(99)$$

2) суммируем все суммы это и есть ответ

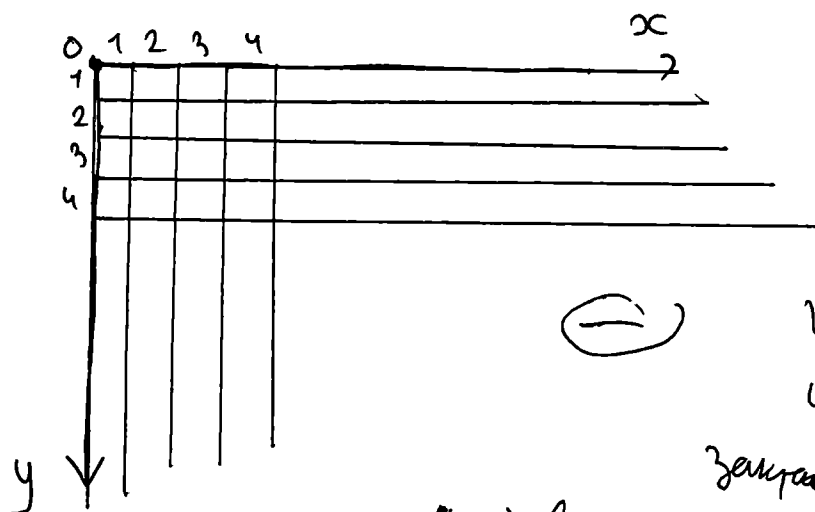
$$f(11) + f(22) + f(33) = \frac{10}{2} \cdot 9 = 45$$

$$45 + 52 + 56 + 57 + 55 + 50 + 42 + 31 + 17 = 388$$

≠ Ответ ~~388~~ 405 4

~ 2

пропускаем столбцы и строки



и пусть, когда кто то из малышей рисует клетку - то он закрашивает клетку в чёрный

Изначально все клетки белые => Нельзя ~~перейти~~ закрасить уже чёрный квадрат,

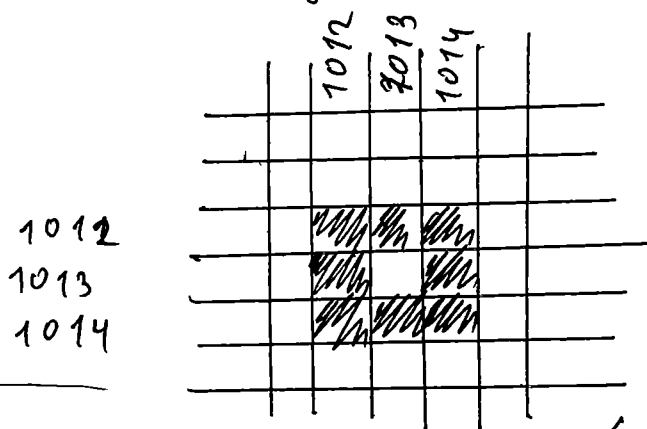
и => выполняются условия что клетка не может рисовать в клетках, занятых другими клетками

Докажем, что у Димы есть выигрышная стратегия

Первый ходит дима

он закрашивает клетки / парочку клеток /

по следующим координатам:



клетка (1013; 1013) -

это центр симметрии

(относительно ~~этой~~

~~клетки можно отметить~~
~~те клетки, симметричные~~
~~группе~~

(для любой клетки (x; y) можно отметить клетку
ей симметричную (2025-x; 2025-y) и центр
симметрии будет центр квадрата - клетка (1013; 1013)

→ после того как дима все четные клетки симметричные
относительно центра и все нечетные клетки симметричные
относительно центра, | к клетке (1013; 1013) дима
невозможно закрасить, так как ~~она~~ ее окружают четные клетки,
а для закрасивания клетки хотя бы одна белая по соседству
до начала хода)

⇒ ~~это максимальный ход~~

Если далее дима будет придерживаться
стратегии: отбрасывать относительно центра все
ходы максимума.

⇒ ~~ход максимума~~
↓
~~симметричный ход у димы~~
↓
ход максимума

Знают после каждого хода ~~макс~~ Дима
все первые клетки будут симметричны относительно
центра и все Дима тоже $\Rightarrow$ Если есть ход у
Максима, то есть ровно такой же симметричный
ход у Димы, а значит, если Максим сходит,
то Дима тоже сходит $\Rightarrow$ Дима проиграть не
может, ^{у него всегда есть ход} А значит проигрывает Максим, так как

Ответ Дима выигрывает
Кей-во Дима выигрывает с консули ходом уменьшает и не ~~не~~
ходов больше ~~клеток~~ ~~512578, 2~~ ~~512579~~

15

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \in A \\ x_2 \in B \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{array} \right\}$$

и не ~~не~~ ограничено
Кей-во $\Rightarrow$
В таком положении
не будет возникать
хода — игра закончится
 $\Rightarrow$ Максим проигрывает

$$f(x) = (k-2)x^2 + (k-1)x + k = 0$$

пусть $k=2$

$$x + k = 0$$

$x = -k$ — один корень, не подходит $\Rightarrow k \neq 2$

пусть $k=1$

$$-x^2 + k = 0$$

$$x^2 = k$$

$$x_1 = \sqrt{k} > 0$$

$$x_2 = -\sqrt{k} < 0$$

$x_2 < 0$ — не подходит, т.к.

$$x_1 > 0$$

$$x_2 > 0 \text{ по условию}$$

$$\Rightarrow k \neq 1$$

$$\begin{array}{l|l} \text{нм} & K \neq 2 \\ & K \neq 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} K-2 \neq 0 \\ K-1 \neq 0 \end{array}$$

$$f(x) = (K-2)x^2 + (K-1)x + K = 0$$

по Т Буерма:

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = \frac{K}{K-2} \\ x_1 + x_2 = \frac{-K+1}{K-2} \end{cases} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 = \frac{1}{K-2}$$

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \end{aligned} \Rightarrow \frac{1}{K-2} > 0$$

$$\begin{aligned} K-2 > 0 \\ K > 2 \end{aligned}$$

$$D = (K-1)^2 - 4 \cdot (K-2) \cdot K = K^2 - 2K + 1 - 4K^2 + 8K = -3K^2 + 6K + 1$$

~~Условие $y f(x)$ для корней $x_1 \neq x_2$ $D > 0$~~

$$\begin{aligned} -3K^2 + 6K + 1 > 0 \\ D = 9 + 3 = 12 \\ K = -3 \pm \end{aligned}$$

Условие $y f(x)$ для корней $x_1 \neq x_2$ $D > 0$

$$x = \frac{-K+1 \pm \sqrt{-3K^2+6K+1}}{2K-4}$$

$$x_1 = \frac{-K+1}{2K-4} + \frac{\sqrt{-3K^2+6K+1}}{2K-4}$$

$$x_2 = \frac{-K+1}{2K-4} - \frac{\sqrt{-3K^2+6K+1}}{2K-4}$$

Рассмотрим x_2

$$\frac{-K+1}{2K-4} = \frac{-(K-1)}{2(K-2)} < 0$$

нм $K > 2$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{-K+1}{2K-4} - \frac{\sqrt{3K^2+6K+1}}{2K-4}$$

$$< 0 - \frac{\sqrt{3K^2+6K+1}}{2(K-2)} < 0$$

$$\frac{\sqrt{3K^2+6K+1}}{2K-4} > 0$$

x_2 - сумма отрицательных чисел $\Rightarrow$

$x_2 < 0$ - противоречие

Противоречие к задаче Буерма

...
... ≈ 1

Добавительный
Бланк ответов
лист 4

математики
11

$x_2 < 0$ - противоречие $\Rightarrow$ при всех значениях
 K не существует x_1 и x_2 , которые для
указанных условий $x_1 \in A$
 $x_2 \in B$

Совсем $K \in \emptyset$
нет решений

13

~~Будем называть точку поиска такой~~
~~точкой в доске 8×8~~

Центром пятиклеточного креста будем
называть ту клетку, которая пересекается
с 4-мя другими клетками этого креста ✓



открытой

Точкой поиска будем называть ~~такую точку~~ ту клетку на
доске 8×8 , которая может являться центром
креста (может ~~также не являться~~ если точка
поиска открыта, то мы можем поместить в доску 8×8

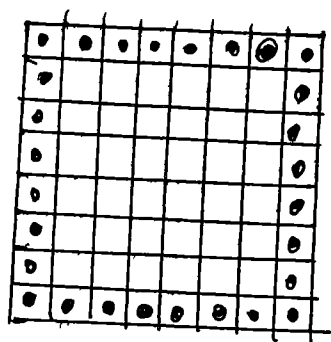
еще один ~~пятиклеточный~~

еще один крест с центром в этой
точке

Закрытым доказанием будем называть те клетки,
которые не могут являться центром креста

Закрытым доказанием будем закрашивать точки

Так, например, изначально все клетки -
которые прилегают со стороны доски, являются закрытым
из точек доказаний



- изначально $6 \times 6 = 36$

открытых точек доказаний
(так как никакая клетка прилегающая со стороны
доски не может являться центром, поэтому
любая ситуация, в которой доска
уже доказана)

из доски нельзя вырезать еще

один крест соответствующей ситуации, когда на
доске не остается открытых точек доказаний

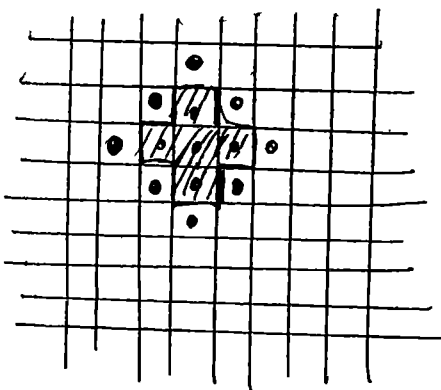
Ведь если есть хотя бы одна точка доказательства, то,
по определению, можно выделить крест с центром в
этой точке на доске)

=) 1 ~~как не может быть~~ ~~каким-либо~~

лист
лист №2

Дополнительный
лист ответов
лист 5

Ситуация на Секретной площадке:



Крест на площадке
своим присутствием
закрывает сразу 5 ходов
(это сам 5 крестов креста)

(Все ведь центр нового креста
не может находиться внутри
существующего,

и дополнительно крест перекрывает до 8 ходов
- это клетки, которые являются соседними к клеткам
креста (ведь они также не могут быть центрами нового
креста, иначе будет наличие клеток нового креста и
уже существующего)

⇒ один крест перекрывает от 5 до 13 ходов

Докажем, что ~~2 и 3~~ ~~также~~

3 трёх, или меньше крестов будет недостаточно,
чтобы перекрыть все ходы

~~уже~~ Указательно на доске 36 открытых точек
ходов

1 крест перекрывает максимум 13 точек ходов

2 креста перекрывают максимум 26 точек ходов

⇒ оставшиеся открытые точки ходов и можно

Будем учитывать еще один пункт =)
 1 и 2 клетки недостаточны

Рассмотрим варианты размещения 3-х крестов
 покрывающих строку и столбец

	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								

~~Условие перекрестка~~

~~Рассмотрим и по строке, и по столбцу
 условие перекрестка
 (2,2) (7,2)~~

Условие перекрестка - (2,2), (7,2), (2,7), (7,7)

~~Не учитывая условия, рассмотрим способ перекрестка
 по (2,2)~~

Если хотя бы один из этих крестов
 будет выбран, то
 он ~~закрывает~~ макс
 он перекрывает максимум

$4+5=9$
 дополнительных
 точек закрытия

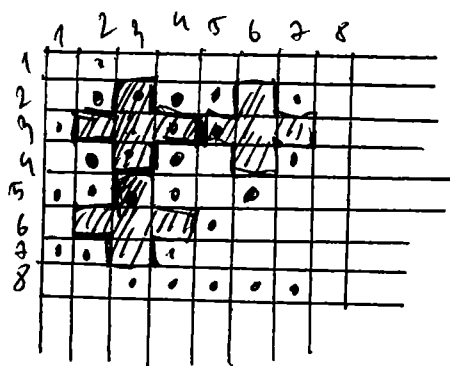
тогда 3 креста вместе перекрывают
 максимум $9+13+13=35$ точек
 закрытия

изначально открыто 36 $\Rightarrow$ останется
 хотя бы одна открытая и значит
 условие еще один крест

Дополнительный Бланк
Счетов
лист 6

тогда как-то Крест не касается стороны гошки

Рассмотрим расположение креста,



Есть только одно расщепление
креста, который будет
перекрывать точку зрения
(2' 2) и при этом не
автоматически даст

Умножение матриц $(2, 7)$ и $(7, 2)$

нужно асимптотическое соотношение кривых вблизи
и при этом это соотношение единственное, чтобы
кривые не касались спора точки

Заметим, что переносов точек фиксации (2,2) и (2,1) — (1,1)

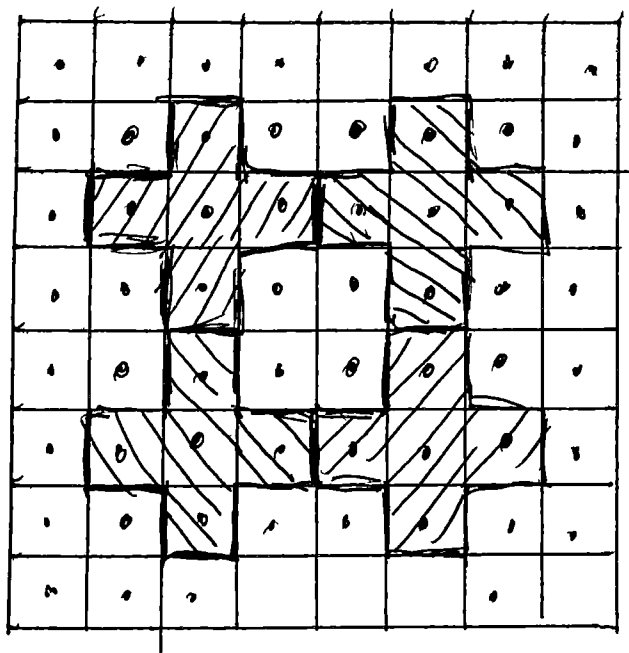
$(2, 7)$ и $(7, 2)$ новая группа $(7, 7)$ отменяет отмену

при эквивалентно возмущении гауссовских квантов $\Rightarrow$

Наше предположение не верно и ~~то~~ этих крестов
не хватит чтобы перекрыть все 36 точек доступа.

=) ~~нужно~~ ограничение на кол-во крестов
 $\text{Крестов} \geq 4$

Приведу пример на ~~4~~ 4 креста,
 которые перекрывают все точки доски и
 являются наименьшим кол-вом



- перекрывают все
 точки доски на
 доске => новый
 крест вылезает
 нигде =>
 условие выполняется

(+)

Пример 4 креста

Одна из 4

Дополнительный Справ
Лобанов

мат ~~7~~ 7

пусть $x_1 \in A$
 $x_2 \in B$

$\Rightarrow$

$x_1 > 0$
 $x_2 > 0$

вещ в множестве

$A \cup B$

будет только
положительные
значения

$$f(x) = (K-2)x^2 + (K-1)x + K = 0$$

при $K=2$

$$x + K = 0$$

$x = -K$ - 1 корень - не подходит по
условию

при $K=1$

$$-x^2 + K = 0$$

$$x^2 = K$$

$$\begin{cases} x_1 = \sqrt{K} \\ x_2 = -\sqrt{K} \end{cases}$$

$x_2 < 0$ - это противоречит
условию

при $\begin{cases} K \neq 2 \\ K \neq 1 \end{cases}$

$$f(x) = (K-2)x^2 + (K-1)x + K = 0$$

по Т Виетта

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = \frac{-(K-1)^2}{K-2} \\ x_1 + x_2 = \frac{K}{K-2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{aligned} \Rightarrow \frac{-(K-1)^2}{K-2} > 0$$

$$K < 2$$

$$\Rightarrow \frac{K}{K-2} > 0$$

$$\boxed{K < 0}$$

$$x_1 = \frac{K}{K-2} = x_2$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{K}{K-2} \cdot x_2 = x_2^2 = \frac{-(K-1)^2}{K-2}$$

$$x_2 = \frac{k-1}{2}$$

$$-x_2^2 + \frac{k}{k-2} x_2 + \frac{(k-1)^2}{k-2} = 0$$

$$D = \left(\frac{k}{k-2}\right)^2 + 4 \cdot \frac{(k-1)^2}{k-2} = \frac{k^2 + 4(k-1)^2(k-2)}{(k-2)^2}$$

$$= \frac{k^2}{(k-2)^2} + \frac{4(k-1)^2}{k-2}$$

$$x_{2,1} = \frac{-\frac{k}{k-2} \pm \sqrt{\frac{k^2 + 4(k-1)^2(k-2)}{(k-2)^2}}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-\frac{k}{k-2} \pm \sqrt{\frac{k^2}{(k-2)^2} + \frac{4(k-1)^2}{k-2}}}{2}$$

получили 2 значения x_2 — они не являются x_1 и x_2 , пусть
результатом будут x_1 и x_2

$$x_1 = \frac{-\frac{k}{k-2} + \sqrt{\frac{k^2 + 4(k-1)^2(k-2)}{(k-2)^2}}}{2} = \frac{\frac{k}{2-k} + \frac{\sqrt{k^2 + 4(k-1)^2(k-2)}}{2-k}}{2}$$

$$x_1 = \frac{k + \sqrt{k^2 + 4(k-1)^2(k-2)}}{4-2k}$$

$$x_2 = \frac{k - \sqrt{k^2 + 4(k-1)^2(k-2)}}{4-2k}$$

$$x_2 = \frac{k}{4-2k} - \frac{\sqrt{k^2 + 4(k-1)^2(k-2)}}{4-2k}$$

мы имеем $a = \frac{k}{4-2k}$

$$b = \frac{\sqrt{k^2 + 4(k-1)^2(k-2)}}{4-2k}$$

дополнительный
диск ответов
лист 8

Дол бланк
N5

$$x_2 = a + b$$

$$- \sqrt{k^2 + 4/(k-1)^2 (k-2)} < 0$$

$$\text{так } k < 0$$

$$-2k > 0$$

$$4-2k > 0$$

$$\frac{1}{4-2k} > 0$$

$$\frac{k}{4-2k} < 0$$

$$a < 0$$

$$\rightarrow 4-2k > 0$$

$$b = \frac{-\sqrt{k^2 + 4/(k-1)^2 (k-2)}}{4-2k} < 0$$

$$\Rightarrow x_2 = a + b < 0$$

$\Rightarrow$ противоречие условиям

и ~~также~~ также x_1 и x_2 не

существуют при k любом k

Справедливо $k \in \emptyset$ небыть

нет решений

⊖

