



2026358083991

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Х А С А Н О В

Имя Д Е Н И С

Отчество В А Д И М О В И Ч

Дата рождения 3 0 0 1 2 0 0 9

Город участия Н И Ж Н И Й Т А Г И Л

Аудитория 3 1 4

Дата 0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись



Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



2026358083991

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

☐ анализ данных	☐ информатика	☐ история
☒ математика	☐ обществознание	☐ русский язык
☐ физика	☐ химия	

Класс

☐ 8	☐ 9	☐ 10	☒ 11
----------------------------	----------------------------	-----------------------------	--

Город участия

Н	И	Ж	Н	И	Й	Т	А	Г	И	Л										
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Заполняется организаторами

Количество доп. листов **Количество черновиков к проверке**

Время выхода с до

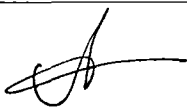
Протокол проверки

Заполняется жюри

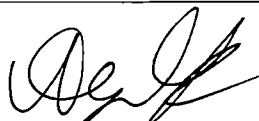
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	8	20	—	—					
Балл члена жюри №2	20	8	20	—	—					

Итоговый балл

Подпись члена жюри №1



Подпись члена жюри №2



Пример заполнения

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф
Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Задача 1

Рассмотрим сумму чисел $f(\overline{ab}) + f(\overline{ba}) + f(\overline{aa})$ и из
 $f(\overline{ab}) \cdot f(\overline{bc}) \cdot f(\overline{ca}) = abc$, $f(\overline{ab}) \cdot f(\overline{ba}) \cdot f(\overline{aa}) = a^2b$

$$f(\overline{ab}) \cdot f(\overline{ba}) = \frac{a^2b}{f(\overline{aa})} = ab, \text{ то есть } \begin{cases} f(\overline{ab}) = a \\ f(\overline{ba}) = b \end{cases} \text{ или } \begin{cases} f(\overline{ab}) = b \\ f(\overline{ba}) = a \end{cases}$$

поэтому суммы $f(\overline{ab}) + f(\overline{ba})$ неважно чему равно каждое,
 в такой сумме всегда одно из чисел равно первой цифре
 цифры (например a), а другое к другой цифре (например b) +

Рассмотрим все такие суммы, их четное кол-во т.к.
 при a, b не нулевых и $a \neq b$ от 11 до 99 найдется
 $\overline{ab}$ и $\overline{ba}$ т.к. $11 \leq \overline{ab} \leq 99$; $11 \leq \overline{ba} \leq 99$

Тогда разобьем все такие числа на пары и посчитаем
 их суммы: $f(12) + f(21) = 3$, $f(13) + f(31) = 4$, $f(14) + f(41) = 5$
 - $f(89) + f(98) = 17$

Также останутся числа $f(11) = 1$, $f(22) = 2$, $f(99) = 9$,
 т.к. выше мы перебрали числа $\overline{ab}$, где $a \neq b$

Таким способом мы перебрали все числа от 11 до 99, т.к.
 перебрали все числа $\overline{ab}$ и $\overline{ba}$, где $\overline{ab}$ раз рассматривается
 числа в разряде единиц от 1 до 9 и в разряде с одинаковыми
 разрядом десятков и меняющимся разрядом единиц,
 а второе число наоборот. И к всемо числу от 11 до 99
 81 не учитывая нулевые числа (10, 20, 90). А числа которые
 мы рассматривали можно посчитать таким образом, на
 первое $\overline{ab}$ и $\overline{ba}$ $\overline{ab} \neq \overline{ba}$ число умножи $9 \cdot 8 = 72$, числа
 у которых на первое число есть 9 вариантов, на второе
 8 вариантов т.к. числа различные и остается прибавить
 9 чисел вида $\overline{aa}$ $a \neq 0$ (11, 99). $72 + 9 = 81$. То есть мы
 перебрали все 81 числа.

Теперь посчитаем сумму:

$$1) f(12) + f(21) = 1+2=3 \quad 2) f(23) + f(32) = 5$$

$$f(19) + f(91) = 10 \quad f(29) + f(92) = 11$$

$$3) f(34) + f(43) = 7 \quad 4) f(45) + f(54) = 9$$

$$f(39) + f(93) = 12 \quad f(49) + f(94) = 13$$

$$5) f(56) + f(65) = 11 \quad 6) f(67) + f(76) = 13$$

$$f(59) + f(95) = 14 \quad f(69) + f(96) = 15$$

$$7) f(78) + f(87) = 15 \quad 8) f(89) + f(98) = 17$$

$$f(79) + f(97) = 16$$

Конечно заметить, что в каждой группе сумма увеличивается на 1 (пример $f(12)+f(21)=3$ $f(13)+f(31)=4$) т.к. в 1 числе на увеличиваем разряд единиц на 1, тогда сумму в группе لابد посчитать как сумму арифмет. прогрессии

$$1) \text{ сумма равна } \frac{10+3}{2} \cdot (19-12+1) = 13 \cdot 4 = 52$$

$$2) \frac{5+11}{2} \cdot 7 = 56 \quad 3) \frac{19}{2} \cdot 6 = 57 \quad 4) \frac{22}{2} \cdot 5 = 55$$

$$5) \frac{25}{2} \cdot 4 = 50 \quad 6) \frac{28}{2} \cdot 3 = 42 \quad 7) \frac{31}{2} \cdot 2 = 31$$

$$8) \frac{17}{2} \cdot 2 = 17$$

$$52 + 56 + 57 + 55 + 50 + 42 + 31 + 17 + f(11) + f(12) + f(99) =$$

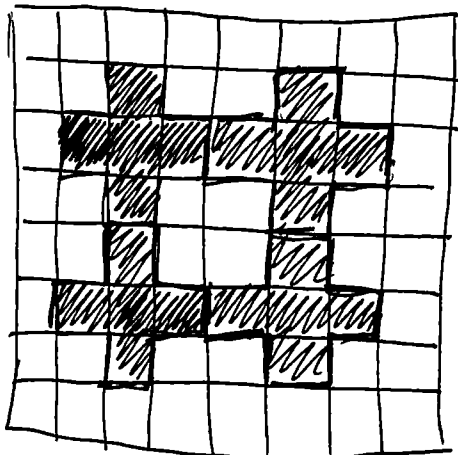
$$= 360 + 1 + 9 = 360 + \frac{10}{2} \cdot 9 = 360 + 45 = 405$$

Ответ: 388

Ответ: 405.

Задача 3

Пример на 4 креста.



Нетрудно убедиться, что вырезать еще один крест не получится

Р

Оценка на 4.

Разделим доску на 4 части, как показано на рис. 1.

Докажем, что одним крестом нельзя закрыть 2 поля сразу

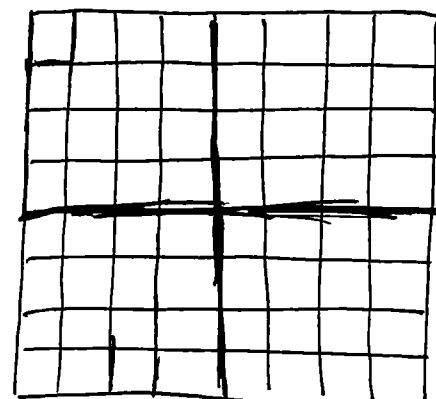


рис 1.

Если крест лежит сразу на двух полях, то на одной поле обязательно лежит только один квадрат 1×1 , а на второй такая фигура

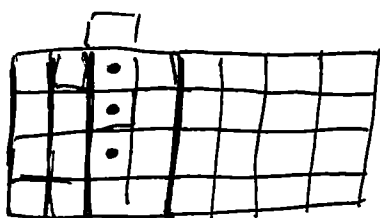
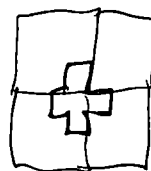
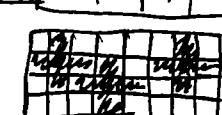


рис 2

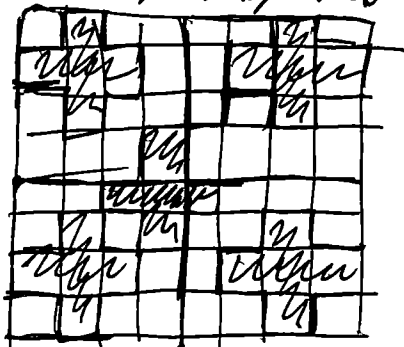
Рассмотрим какие клетки может закрывать такая фигура. В поле 4×4 если 3 кв. квадрата лежат на стороне 4×4 рис. 2. Такой крест не может закрывать более 1 клетки из смежных на рис. 2 т.к. он может быть еще раз частью квадратов 4×4 . Для каждого случая можно привести контр. пример того, что можно поставить еще по 2 креста тут не все случаи



пример

Если крест закрыт находится сразу в трех частях то такую ситуацию можно считать 1 пример с точностью до поворота

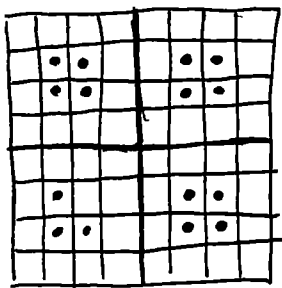
Конкретный пример на 5 крестов



После крестом не получится закрыть более 1 поля сразу.

Значит крестов максимум 4.

Также рассмотрим по 4 клетки в каждой из частей квадрата 8×8

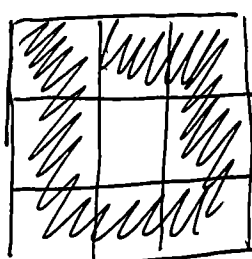


В любой крест, кроме креста находящегося сразу в трех частях закрывает 1 или 3 точки. Если крест закрывает только 1 значит он находится еще в одной части квадрата 8×8 , тогда ^{любой крест} крест выделит единственный образом по 3 оставшимся клеткам. Если крест уже закрывает сразу 3 клетки (выделен), то 2 креста не построить.

После ставя один крест между двумя частями, в этих частях всегда можно вырезать еще один крест. Значит одним крестом возможно закрыть не более 1 поля.

Задача 2

Рассмотрим центральную клетку доски 2025×2025 . Она имеет координаты $(1013, 1013)$ если считать клетку левого нижнего угла как $(1; 1)$. Тогда игра за первого игрока (Диму) сделав первый ходом такое кольцо змейки вокруг центральной клетки (рис 1)



змейка - закрашенная часть.
В центре находится центральная клетка

рис 1

Теперь игра за Диму мы будем ходить симметрично ходам Макса относительно центральной клетки. Дима выбирает, потому что если у Максима будет всегда ход, то у Димы он тоже всегда будет из симметрии. Так все пустые клетки симметричны относительно центра. Не доказано

Поведит Дима, т.к у него всегда будет ход после хода Максима. Так Максим может нарушить симметрично пройдя через центр доски, но это невозможно сделать т.к Дима первым ходом закроет её змейкой.

Значит Дима поведит при данной стратегии.

Аналогичные рассуждения могут быть приведены для условия задачи, где длина змейки равна 9, но при этом будет неверно.

В таком решении нам ВАЖНО сослаться на длину змейки которая не позволяет закрыть клетки и ее симметричное отображение

