



2026547116753

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Г О Н Ч А Р О В

Имя С Е Р Г Е Й

Отчество Е В Г Е Н Ь Е В И Ч

Дата рождения 1 4 0 4 2 0 0 8

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Х - 4 0 5

Дата 0 2 0 2 2 0 2 6

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия **ЕКАТЕРИНБУРГ**

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

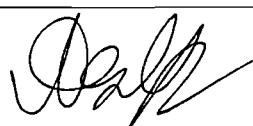
Протокол проверки

Заполняется жюри

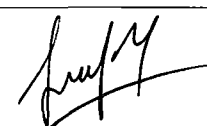
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	5	0	0					
Балл члена жюри №2	20	0	5	0	0					

Итоговый балл

Подпись
члена жюри №1



Подпись
члена жюри №2



Пример
заполнения

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф
Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Задание 1

Найти $S = \sum_{a=1}^9 \sum_{b=1}^9 f(ab)$

Решение представлю $c=b$

$f(ab) f(ba) = ab^2$, но ~~$f(ba) = ab$~~ $f(ba) = b$, значит

$f(ab) f(ba) = ab$

$f(ab) \in \{a, b\}$ и $f(ba) \in \{b, a\}$, произведение равно ab только если $\{f(ab), f(ba)\} = \{a, b\}$, то есть для каждой пары $\{a, b\}$ один раз выбирается один раз a другой раз b ✓

$S = \sum_{a=1}^9 \sum_{b=1}^9 f(ab) = 9 (1+2+3+4+5+6+7+8+9) = 45 \cdot 9 = \boxed{405}$

Ответ 405

Задание 2

Симметрии. Здесь работает принцип центральной симметрии. Сетка нечетная $\Rightarrow$ есть центральная клетка, обозначу ее 0

Для победы Диме нужно сделать первый ход обязательно захватить центральную точку 0. На любой следующий ход Максим отвечать симметрично с поворотом змейки на 180° вокруг точки 0. Вывод победит человек, кто ходит раньше и точнее.

Ответ Дима

Задача 3

Хватает 4 надо вырезать кресты с центрами $(3,3)$ $(3,6)$ $(6,3)$ $(6,6)$

(индексация в сетке ~~на~~ 8×8 $(1,8)$)

Они не пересекаются и покрывают все оставшиеся варианты

Проверка хватит ли трех? Нет, ведь останется один возможный центр креста (внутри 6×6), так как три непересекающихся креста нельзя сложить все потенциальные центры (их 36)

Ответ 4

Задача 4

1) В $\triangle ABC$ треугольники все центры совпадают Пусть O - центр вписанной окружности. Нужно сделать так, чтобы окружность была единичной с центром $(0,0)$ - в точке O

Тогда стороны треугольника это касательные к единичной окружности в точках D, E, F , причем $\angle DOF = \angle FOE = \angle EOD = 120^\circ$

удобно взять $F(1,0)$, $D(\cos 120, \sin 120)$, $E(\cos 240, \sin 240)$

Тогда BC - это касательная в F , то есть прямая $x=1$, точка F середина BC

Пусть P имеет аргумент φ $[120, 240]$ на окружности

$$P = (\cos \varphi, \sin \varphi)$$

2) считая отрезки на касательных стандартным факт касательная в точке V к единичной окружности имеет вид $VX = 1$,

а любая точка на ней представляется как $X = V + \lambda \tau_V$, где τ_V это единичный вектор касательной (поворот V на 90°), а λ - это подписанная длина вдоль касательной от V . Если прямая через F идет перпендикулярно к оси Ox (направление $u = (\cos \phi, \sin \phi)$), то ее пересечение с касательной в V имеет параметр

$$\lambda = \det(V, P) + (1 - U \cdot P) \operatorname{tg}(\phi - \arg V) \quad *$$

(из скалярного произведения с V и τ_V)

3) условие $BS = CT$ - симметрия на BC

На BC $X=1$ координате вдоль стороны это просто y так как $BS = CT$ и F середина BC , получить F середину $ST \Rightarrow y_T = -y_S$

это дает (после подстановки формулы для y на касательной в F)

связь y и β

$$\operatorname{tg} 2\phi = \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \Rightarrow \text{связь (длина)}$$

$$ST = 2|y_S| = 4 \sin \frac{\beta}{2}$$

(для $\beta \in [120^\circ, 240^\circ]$ синус положительный)

обозначу $\frac{\beta}{2} \in [120^\circ, 240^\circ]$, тогда $ST = 4 \sin X$

4) вычисление ML и LN

применяю формулу параметра λ к касательным в

D и E

$\ell_2 \perp \ell_1$, углы направления: ϕ и $\phi + 90^\circ$ поэтому разности параметров на касательных (то есть длины ML и LN) упрощаются и после стандартных преобразований получаются.

Линия отреза

на АВ

(касательная в D)

Бланк ответов

$$MK = 4 \sin(x - 60^\circ)$$

на AC (касательная в E)

$$LN = 4 \sin(120^\circ - x) \quad **$$

** Значит тут не мешают, потому что при

$x \in [60, 120]$ оба синуса ≥ 0

5) сложение

$$MK + LN = 4 \sin(x - 60^\circ) + 4 \sin(120^\circ - x),$$

$$\text{но } \sin(x - 60^\circ) + \sin(120^\circ - x) = \sin x$$

(что проверяется формулами синуса разности/суммы)

$$\Rightarrow MK + LN = 4 \sin x = ST$$

$MK + LN = ST$, что и требовалось доказать $\square$

ЗАДАНИЕ 5

$$\text{дано } (k-2)x^2 + (k-1)^2x + k = 0$$

решение

разложение

$$(k-2)x^2 + (k-1)^2x + k = (x+k)((k-2)x + (k-1))$$

корни

$$x_1 = -k \quad \checkmark$$

$$x_2 = \frac{1-k}{k-2} \quad \text{неверно}$$

если $k < 0$, то

$x_2 \in (0, 1) \subset A$ тогда нужно $x_1 \in B$, т.е.

$$-k \in (1, 2) \cup (3, 4) \cup (5, 6) \Rightarrow k \in (-2, -1) \cup (-4, -3) \cup (-6, -5)$$

Ответ $(-2, -1) \cup (-4, -3) \cup (-6, -5)$

Приложение

рис 1 (задание N2)

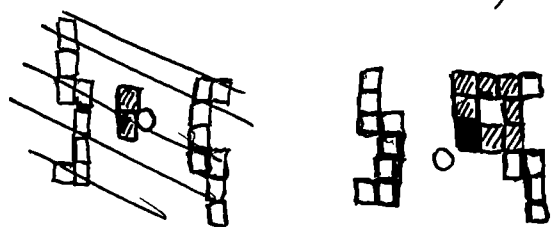


рис 2 (задание N3)

сетка
8x8,
вырезанные
кресты
закрашены,
центральные
клетки
закрашены
сплошными
цветом

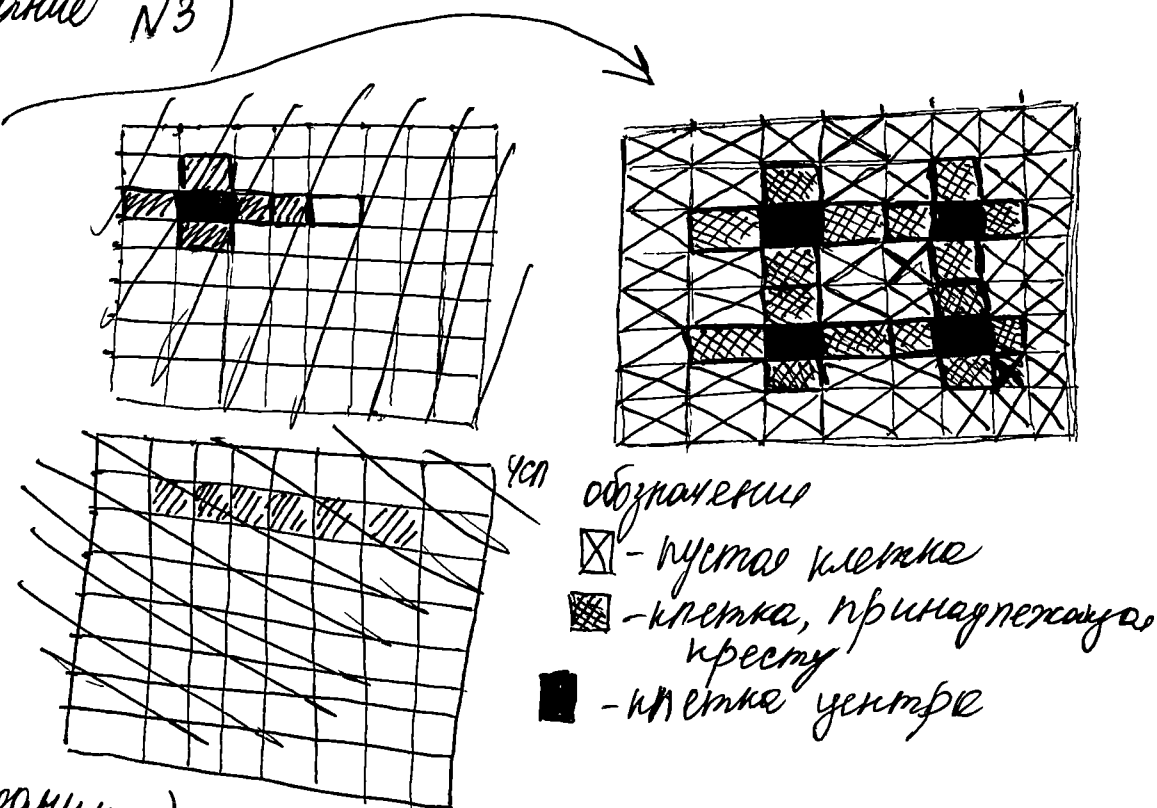
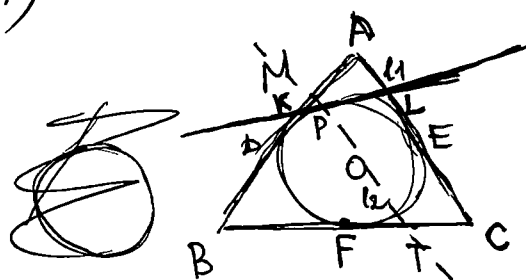


рис 3 (к заданию 4)



ABC,
вписанная
окружность,
P, G, T